



Influence de la non-stationnarité du milieu de propagation sur le processus de Retournement Temporel (RT)

Basile Jannet

► To cite this version:

Basile Jannet. Influence de la non-stationnarité du milieu de propagation sur le processus de Retournement Temporel (RT). Autre [cond-mat.other]. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2014. Français. NNT : 2014CLF22436 . tel-01135144

HAL Id: tel-01135144

<https://theses.hal.science/tel-01135144>

Submitted on 24 Mar 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N ° d'ordre : D. U : 2463
E D S P I C : 642

UNIVERSITÉ BLAISE PASCAL - CLERMONT-FERRAND II

ECOLE DOCTORALE DES SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR DE
CLERMONT-FERRAND

Thèse présentée par
Basile JANNET

pour obtenir le grade de Docteur d'Université

Spécialité : Electromagnétisme

Influence de la non-stationnarité du milieu de propagation sur le processus de Retournement Temporel (RT)

soutenue le 29 Janvier 2014

devant le jury composé de :

Mme. Élodie Richalot	Professeure des Universités ESYCOM, Marne-la-Vallée	Rapporteure
M. Alain Reineix	Directeur de Recherche CNRS XLIM, OSA, Limoges	Rapporteur
Mme. Françoise Paladian	Professeure des Universités Institut Pascal, Clermont Ferrand	Présidente
M. Frédéric Hoëppe	Ingénieur Chercheur NEXIO, Toulouse	Examineur
M. Jaume Benoit	Ingénieur Chercheur CEA-Saclay	Examineur
M. Jean-Christophe Joly	Ingénieur Chercheur CEA-Gramat	Invité
M. Pierre Bonnet	Professeur des Universités Institut Pascal, Clermont Ferrand	Directeur de thèse
M. Sébastien Lalléchère	Maître de conférences Institut Pascal, Clermont Ferrand	Encadrant

à Léa et Louis, qui sont partis trop tôt pour assister à l'achèvement de ces travaux

Remerciements

Je tiens à remercier en premier lieu mon directeur de thèse, Pierre Bonnet et mon encadrant côté Institut Pascal, Sébastien Lalléchère pour leur accompagnement qui m’a permis de travailler très efficacement dans la bonne humeur, ainsi que pour la pertinence et la précision de leurs idées et corrections lors des différentes publications.

Ensuite je souhaite exprimer ma reconnaissance à mes encadrants côté CEA Gramat, Bernard Pecqueux et Jean-Christophe Joly pour leurs conseils avisés.

Un très grand merci revient évidemment aux personnes qui ont accepté de rapporter cette thèse, Élodie Richalot et Alain Reineix pour l’intérêt et l’attention qu’ils ont porté au manuscrit. Merci aussi aux autres membres du jury pour s’être déplacés et avoir examiné ce travail, Frédéric Hoëppe, Jaume Benoit et en particulier Françoise Paladian pour avoir présidé ce jury.

Je remercie également ceux qui ont contribué à rendre ces quelques années des plus sympathiques :

Les autres membres de l’équipe à l’Institut Pascal, Sébastien Girard, Christine Turcat, Christophe Pasquier,

Les personnels de Gramat, pour leur accueil toujours très chaleureux lors de chacun de mes séjours au centre,

Les doctorants et post-doctorants, stagiaires que j’ai côtoyés au cours de ces années et qui ont apporté une atmosphère de convivialité. Je pense notamment à Mahmoud, Jaume, Polo, Férit, Alexandre, Ibrahim, Mohamed, Attibaud, Khaled, Rénata, Sabrina, Dino, Jérémy, Irina, Xiao, Julien, Bastien, Aurélie, Cédric, et tous ceux dont le prénom m’échappe au moment où j’écris ces lignes.

Les volleyeurs clermontois réguliers, Matthieu, Marianne, Charline, David, Nampo, Kaz, Steven, Delphine, Josquin, Robin, Justine, Clément, Nicolas, François, Kévin et évidemment Simon.

Enfin merci aux membres de ma famille pour leur soutien constant leur écoute et leur intérêt vis-à-vis de mon travail.

Et bien sûr une pensée particulière est dirigée vers Maïté, qui m’a énormément apporté dans et en dehors de ces recherches.

Résumé

Cette thèse a pour objectif la quantification de l'impact d'incertitudes affectant le processus de Retournement Temporel (RT). Ces aléas, de natures diverses, peuvent avoir une forte influence s'ils se produisent entre les deux étapes du RT. Dans cette optique la méthode de Collocation Stochastique (CS) est utilisée. Les très bons résultats en termes d'efficacité et de précision observés lors de précédentes études en Compatibilité ÉlectroMagnétique (CEM) se confirment ici, pour des problématiques de RT. Cependant, lorsque la dimension du problème à traiter augmente (nombre de variables aléatoires important), la méthode de CS atteint ses limites en termes d'efficacité. Une étude a donc été menée sur les méthodes d'Analyse de Sensibilité (AS) qui permettent de déterminer les parts d'influence respectives des entrées d'un modèle. Parmi les différentes techniques quantitatives et qualitatives, la méthode de Morris et un calcul des indices de Sobol totaux ont été retenus. Ces derniers apportent des résultats qualitatifs à moindre frais, car seule une séparation des variables prépondérantes est recherchée. C'est pourquoi une méthodologie combinant des techniques d'AS avec la méthode de CS a été développée. En réduisant le modèle aux seules variables prédominantes grâce à une première étude faisant intervenir les méthodes d'AS, la CS peut ensuite retrouver toute son efficacité avec une grande précision. Ce processus global a été validé face à la méthode de Monte Carlo sur différentes problématiques mettant en jeu le RT soumis à des aléas de natures variées.

Mots clés : Analyse de Sensibilité, Collocation Stochastique, Incertitudes, Indices de Sobol, méthode de Morris, Retournement Temporel

Abstract

The aim of this thesis is to measure and quantify the impacts of uncertainties in the Time Reversal (TR) process. These random variations, coming from diverse sources, can have a huge influence if they happen between the TR steps. On this perspective, the Stochastic Collocation (SC) method is used. Very good results in terms of effectiveness and accuracy had been noticed in previous studies in ElectroMagnetic Compatibility (EMC). The conclusions are still excellent here on TR problems. Although, when the problem dimension rises (high number of Random Variables (RV)), the SC method reaches its limits and the efficiency decreases. Therefore a study on Sensitivity Analysis (SA) techniques has been carried out. Indeed, these methods emphasize the respective influences of the random variables of a model. Among the various quantitative or qualitative SA techniques the Morris method and the Sobol total sensitivity indices have been adopted. Since only a split of the inputs (point out of the predominant RV) is expected, they bring results at a lesser cost. That is why a novel method is built, combining SA techniques and the SC method. In a first step, the model is reduced with SA techniques. Then, the shortened model in which only the prevailing inputs remain, allows the SC method to show once again its efficiency with a high accuracy. This global process has been validated facing Monte Carlo results on several analytical and numerical TR cases subject to random variations.

Key words : Sensivity Analysis, Stochastic Collocation, Uncertainties, Sobol Indices, Morris method, Time Reversal

Table des matières

Introduction	1
1 Position des travaux	5
1.1 Contexte, motivations	7
1.1.1 La compatibilité électromagnétique (CEM)	10
1.1.2 CEM et RT	12
1.1.3 Importance des incertitudes en CEM	14
1.1.4 Besoins CEA-Gramat	15
1.1.5 Objectifs industriels à moyen/long terme	19
1.2 Outils numériques	20
1.2.1 Formulation différentielle des équations de Maxwell	20
1.2.2 La méthode FDTD	23
1.2.3 Gorf3D	27
1.2.4 CST Microwave Studio	28
1.3 Description du cas final	29
2 Fondements théoriques	33
2.1 Retournement Temporel	35
2.1.1 Mise en œuvre du RT pour les ondes électromagnétiques	36
2.1.2 Contraintes du RT	38
2.1.3 Propriétés du RT	40
2.2 Incertitudes	43
2.2.1 Quelques rappels de probabilités [73]	45
2.2.2 Méthodologie générale de prise en compte des incertitudes	47
2.3 Méthodes statistiques	52
2.3.1 Monte Carlo (MC)	52
2.3.2 Collocation Stochastique (CS)	53
2.4 Analyse de sensibilité	65
2.4.1 Préambule	65
2.4.2 Méthodes qualitatives / méthodes quantitatives	66
2.4.3 Méthode de Morris	67
2.4.4 Indices de Sobol	68
2.4.5 Métamodèles	73
2.5 Démarche de prise en compte de l'incertain en RT	74

3	Paradigme numérique	79
3.1	Illustration sur des cas académiques (méthode de CS)	81
3.1.1	Déplacement d'un objet métallique entre les étapes du RT	82
3.1.2	Changement des propriétés diélectriques du milieu de propagation (ϵ_r)	97
3.1.3	Combinaison des aléas précédents	101
3.1.4	Conclusion	102
3.2	Mise en place et premiers tests des méthodes d'analyse de sensibilité	103
3.2.1	Formule analytique illustrative	103
3.2.2	Ligne de transmission	108
3.2.3	Efficacité de blindage d'un caisson métallique avec ouverture	113
4	Applications	127
4.1	Illustration de la procédure de RT sur un cas « industriel » . . .	129
4.1.1	Description	129
4.1.2	Résultats	130
4.2	RT appliqué à 2 fils en cavité	132
4.2.1	Description du cas d'étude	132
4.2.2	Application des méthodes et résultats	134
4.3	RT sur des groupes de fils en cavité	138
4.3.1	Description du cas d'étude	139
4.3.2	Tests préliminaires	145
4.3.3	Application des méthodes et résultats	147
4.4	RT dans la CRBM de l'Institut Pascal	151
4.4.1	RT dans la CRBM, groupes de fils métalliques variables .	153
4.4.2	RT dans la CRBM, cubes métalliques	158
4.4.3	RT dans la CRBM, dimensions variables du caisson . . .	162
	Conclusion	167
	Annexes	iii
	A Principe de Huygens	iii
	B Autres méthodes stochastiques	v
B.1	Unscented Transform	v
B.2	Plans d'expériences	vii
B.2.1	Plans d'expériences complets	viii
B.2.2	Plans réduits	ix
B.2.3	Autres types de plans	xii
B.3	Krigeage	xiii

C Codes Visual Basic d'automatisation de CST MWS	xv
C.1 Codes de création des cas	xv
C.1.1 Code de création	xv
C.1.2 Fichier Excel associé	xviii
C.2 Codes de récupération des résultats	xviii
C.2.1 Code d'export	xix
C.2.2 Fichier Excel associé	xx
 Bibliographie	 xxiii
 Publications personnelles	 xxxiii

Table des figures

1.1	Schéma d'un dispositif expérimental d'acoustique sous marine grâce au RT, image tirée de [2]	7
1.2	Banc de mesure stéréoscopique de la hauteur des vagues utilisé pour des études de RT sur des vagues, image tirée de [3]	8
1.3	Signaux reçus après RT pour les quatre cas considérés avec zoom sur le pic de focalisation	9
1.4	Chambre anéchoïque	11
1.5	Chambre réverbérante de l'Institut Pascal (IP)	12
1.6	Résultats de tests de focalisation sélective. (a) : Focalisation temporelle sur le composant 1. (b) : Focalisation spatiale sur le composant 1. (c) : Focalisation temporelle sur le composant 2. (d) : Focalisation spatiale sur le composant 2. (e) : Focalisation temporelle sur le composant 3. (f) : Focalisation spatiale sur le composant 3. Figure tirée de [22]	13
1.7	Répartition des centres CEA en France	15
1.8	Division de cellules souches conditionnées par des contraintes physiques, étude [46]	16
1.9	Imagerie de la structure interne DW dans des cylindres de Nickel de 55 et 85 nm, étude [47]	16
1.10	Laboratoire chaud ATALANTE dédié aux études sur le cycle du combustible, © S. Le Couster/CEA	17
1.11	Intérieur de la machine Hyperion du CEA Gramat, utilisée pour tester la vulnérabilité de systèmes face à une agression électromagnétique	17
1.12	Thématiques de recherches du CEA-Gramat. (a) :Évaluation d'une impulsion électromagnétique d'origine nucléaire sur un porte avion, (b) : Simulation de l'effet d'une agression électromagnétique sur un missile sous emport, (c) : Vulnérabilité électromagnétique d'un bâtiment sensible	18
1.13	Arche de mesure utilisée pour caractériser une antenne, société Satimo [51]	19
1.14	Cellule de Yee	24
1.15	Capture d'écran du terminal qui permet de lancer Gorf3D	28
1.16	Illustration de l'interface de CST MWS ®	28

1.17	Modélisation du cas d'études. (a) : Photographie de la chambre réverbérante de l'Institut Pascal avec le caisson métallique à l'intérieur. (b) : Modélisation sous Hypermesh © du dispositif . . .	29
1.18	Schéma du caisson avec les aléas associés. Les éléments mobiles sont représentés en vert, les mouvements sont illustrés en rouge.	30
1.19	Illustration des aléas s'appliquant sur un des cas de RT traité .	31
2.1	Schéma simplifié des signaux envoyés et reçus au cours du RT : (a) Signal émis par la source initiale, (b) signal reçu par un récepteur, (c) signal réémis à partir de la position de ce même récepteur, (d) signal reçu au point source initial	36
2.2	Les deux étapes du RT dans une cavité : à gauche, lors de la 1 ^{re} étape, la source émet un signal qui se propage et est enregistré au cours du temps par des récepteurs ; à droite, lors de la 2 ^e étape, les signaux sont inversés par rapport au temps puis injectés à partir de leur endroit de réception. L'onde se refocalise au point source initial	38
2.3	Principe du MRT (figure d'après [67])	39
2.4	Illustration de la propriété d'ergodicité (figure d'après [22]) . . .	39
2.5	Illustration du phénomène de focalisation. Á gauche : convergence des ondes vers le point source ; à droite : interférence des ondes convergentes et divergentes qui provoque le pic de focalisation .	40
2.6	Illustration d'une tache focale, image tirée de [22]	41
2.7	Illustration de la focalisation temporelle	41
2.8	Schéma des étapes classiques d'une étude d'incertitudes	47
2.9	Répartition des points de MC et CS	55
2.10	Comparaison des résultats de CS (3 pts) et MC (10 000 pts) . .	55
2.11	Répartition des points de CS pour 3, 5 et 7 points	62
2.12	Comparaison des moyennes de CS pour 3, 5 et 7 points	63
2.13	Réduction du nombre de réalisation d'une UBR sur un cas à deux dimensions. A gauche : modèle classique, 9 points requis ; à droite : UBR, 5 points requis	65
2.14	Synthèse de Iooss des méthodes d'AS	66
2.15	Représentation des résultats de la méthode de Morris sous forme d'un graphe pour un problème contenant 11 VA ($X_i, i = 1...11$) .	69
3.1	Schémas du domaine 2D avec les trois configurations de réflecteurs PEC. (a) réflecteurs de 0cm, (b) réflecteurs de 50cm, (c) réflecteurs de 100cm.	82
3.2	Maximum de champ reçu dans la zone autour du point source pour une « seconde étape » sans changement	83
3.3	Maximum de champ reçu dans la zone autour du point source, un déplacement de 4cm a eu lieu entre les deux étapes	84

3.4	Maximum de champ reçu dans la zone autour du point source, un déplacement de $20cm$ a eu lieu entre les deux étapes	84
3.5	Niveau maximum de champ reçu au point source en fonction du décalage de l'objet	85
3.6	Distance entre le point source et le lieu de la réception du maximum de champ en fonction du décalage de l'objet	85
3.7	Exemple d'un maillage avec un fort impact sur les résultats, les courbes correspondent à différentes positions de l'objet transparent	87
3.8	Schéma 1D du découpage du domaine en zones de mailles fixes et variables pour positionner l'objet « transparent »	87
3.9	Profil des tailles de mailles en fonction de la position de celles-ci pour différentes positions de l'objet	88
3.10	Pourcentages d'erreur pour des simulations avec un maillage optimisé	89
3.11	Signaux reçus après RT (total à gauche, zoom sur le pic de focalisation à droite) avec un aléa de $5cm$ et des réflecteurs de $50cm$. Les courbes correspondent aux points de CS ($3 + 5 + 7 + 9$) . . .	90
3.12	Moyennes calculées par CS encadrées par l'écart-type pour des aléas de $1cm$ à $5cm$ et des réflecteurs de taille $0cm$, pour un déplacement suivant (O_x)	91
3.13	Moyennes calculées par CS encadrées par l'écart-type pour des aléas de $1cm$ à $5cm$ et des réflecteurs de taille $50cm$, pour un déplacement suivant (O_x)	91
3.14	Moyennes calculées par CS encadrées par l'écart-type pour des aléas de $1cm$ à $5cm$ et des réflecteurs de taille $100cm$, pour un déplacement suivant (O_x)	92
3.15	Moyennes calculées par CS encadrées par l'écart-type pour des aléas de $1cm$ à $5cm$ et des réflecteurs de taille $0cm$, pour un déplacement suivant (O_y)	93
3.16	Moyennes calculées par CS encadrées par l'écart-type pour des aléas de $1cm$ à $5cm$ et des réflecteurs de taille $50cm$, pour un déplacement suivant (O_y)	93
3.17	Moyennes calculées par CS encadrées par l'écart-type pour des aléas de $1cm$ à $5cm$ et des réflecteurs de taille $100cm$, pour un déplacement suivant (O_y)	94
3.18	Moyennes calculées par CS et MC pour ; déplacement suivant (O_y), réflecteurs de $50cm$	94
3.19	Moyennes calculées par CS encadrées par l'écart-type pour des aléas de $1cm$ à $5cm$ et des réflecteurs de taille $0cm$, pour un déplacement suivant (O_x) et (O_y)	95
3.20	Moyennes calculées par CS encadrées par l'écart-type pour des aléas de $1cm$ à $5cm$ et des réflecteurs de taille $50cm$, pour un déplacement suivant (O_x) et (O_y)	95

3.21	Moyennes calculées par CS encadrées par l'écart-type pour des aléas de $1cm$ à $5cm$ et des réflecteurs de taille $100cm$, pour un déplacement suivant (O_x) et (O_y)	96
3.22	Moyennes calculées par CS et MC ; déplacement suivant (O_x) et (O_y) , réflecteurs de $50cm$	97
3.23	Moyennes calculées par CS et MC pour l'aléa ϵ_r	99
3.24	Convergence des moyennes calculées par CS pour l'aléa ϵ_r sur le domaine entier, réflecteurs de $0cm$	100
3.25	Convergence des moyennes calculées par CS pour l'aléa ϵ_r sur le domaine entier, réflecteurs de $50cm$	100
3.26	Convergence des moyennes calculées par CS pour l'aléa ϵ_r sur le domaine entier, réflecteurs de $100cm$	101
3.27	Moyennes calculées par CS et MC pour les aléas ϵ_r et X , réflecteurs de $50cm$	102
3.28	Résultats de la méthode de Morris sur le cas de la formule analytique illustrative	105
3.29	Intervalles de confiance à 95% selon la précision considérée pour la méthode de Morris sur le cas de la formule analytique illustrative	105
3.30	Indices de Sobol totaux pour différentes précisions sur le cas de la formule analytique illustrative	106
3.31	Convergence des moyennes de CS sur le cas de la formule analytique illustrative	107
3.32	Comparaison CS (3VA) et MC (toutes les VA) sur le cas de la formule analytique illustrative	107
3.33	Schéma du système : une ligne de transmission est illuminée par une onde plane (d'après [101])	108
3.34	Résultats de la méthode de Morris sur le cas de la formule analytique de la ligne de transmission	110
3.35	Intervalles de confiance à 95% selon la précision considérée sur le cas de la formule analytique de la ligne de transmission	110
3.36	Indices de Sobol totaux pour différentes précisions sur le cas de la formule analytique de la ligne de transmission	111
3.37	Indices de Sobol totaux pour différentes précisions sur le cas de la formule analytique de la ligne de transmission, les résultats les moins fiables sont éliminés	111
3.38	Intervalles de confiances pour les indices de Sobol totaux à différentes précisions sur le cas de la formule analytique de la ligne de transmission	112
3.39	Comparaison CS (2VA) et MC (toutes les VA) sur le cas de la formule analytique de la ligne de transmission	112
3.40	Comparaison CS (3VA) et MC (toutes les VA) sur le cas de la formule analytique de la ligne de transmission	113
3.41	Schéma du caisson métallique avec ouverture	114
3.42	S_E pour les valeurs moyennes, minimales et maximales des entrées	116

3.43	S_M pour les valeurs moyennes, minimales et maximales des entrées	117
3.44	Résultats de Morris pour le S_E à 50MHz	117
3.45	Résultats de Morris pour le S_E à 760MHz	118
3.46	μ^* et σ de Morris pour le S_E	118
3.47	μ^* et σ de Morris normalisés pour le S_E	118
3.48	Produit de μ^* et σ de Morris pour le S_E	119
3.49	Produit de μ^* et σ de Morris pour le S_M	119
3.50	Indices de Sobol totaux pour S_E	120
3.51	Indices de Sobol totaux pour S_M	120
3.52	Comparaison des résultats de la CS avec 10 000 réalisations de MC pour chaque fréquence pour S_E	121
3.53	Comparaison des résultats de la CS avec 10 000 réalisations de MC pour chaque fréquence pour S_M	121
3.54	Comparaison des résultats de la CS avec 20 000 réalisations de MC pour S_E , entre 600 et 800MHz	122
3.55	Comparaison des résultats de la CS avec 20 000 réalisations de MC pour S_M , entre 600 et 800MHz	122
4.1	Dispositif expérimental utilisé par Davy et al. [11]	129
4.2	Schéma en vue de dessus du dispositif	130
4.3	Signal de forme gaussienne modulée par un sinus envoyé en première étape de RT	130
4.4	Signal reçu après RT pour le cas à 8 récepteurs	131
4.5	Signal reçu après RT pour le cas à 1 seul récepteur	131
4.6	Schéma représentant le domaine de calculs avec les fils source et récepteur	132
4.7	Résultats de la méthode de Morris pour MaxFoc pour le cas de deux fils en cavité	134
4.8	Résultats de la méthode de Morris pour SSB pour le cas de deux fils en cavité	135
4.9	Résultats de la méthode de Morris pour SSB2 pour le cas de deux fils en cavité	135
4.10	Indices de Sobol totaux pour le cas de deux fils en cavité	136
4.11	Moyennes de CS (3 VA) et MC (toutes les VA) pour MaxFoc pour le cas de deux fils en cavité	136
4.12	Moyennes de CS (3 VA) et MC (toutes les VA) pour SSB pour le cas de deux fils en cavité	137
4.13	Moyennes de CS (3 VA) et MC (toutes les VA) pour SSB2 pour le cas de deux fils en cavité	137
4.14	Schéma en vue de dessus du domaine de calculs	139
4.15	Schéma de la vue d'ensemble des parois du domaine	141
4.16	Schéma des réflecteurs de la configuration 1, elle représente l'espace libre	141

4.17 Schéma des réflecteurs de la configuration 2, elle représente une cavité complètement fermée	141
4.18 Schéma des réflecteurs de la configuration 3	142
4.19 Schéma des réflecteurs de la configuration 4	142
4.20 Schéma des réflecteurs de la configuration 5	142
4.21 Schéma des réflecteurs de la configuration 6	142
4.22 Schéma des réflecteurs de la configuration 7	143
4.23 Schéma des réflecteurs de la configuration 8	143
4.24 Conséquence de la variation de PosG4Y sur MaxFoc, avec la configuration 7	145
4.25 Conséquence de la variation de EspG1 sur MaxFoc, avec la configuration 7	146
4.26 Conséquence de la variation de EspG3 sur MaxFoc, avec la configuration 7	146
4.27 Conséquence des variations de PosG1X et posG1Y sur MaxFoc, avec la configuration 7	147
4.28 Conséquence des variations de PosG1X et EspG1 sur MaxFoc, avec la configuration 7	147
4.29 Résultats de la méthode de Morris pour MaxFoc, pour le cas des groupes de fils en cavité	148
4.30 Résultats de la méthode de Morris pour SSB, pour le cas des groupes de fils en cavité	148
4.31 Résultats de la méthode de Morris pour SSB2, pour le cas des groupes de fils en cavité	149
4.32 Indices de Sobol totaux, pour le cas des groupes de fils en cavité	149
4.33 Moyennes de CS et MC pour MaxFoc, pour le cas des groupes de fils en cavité	150
4.34 Moyennes de CS et MC pour le SSB, pour le cas des groupes de fils en cavité	150
4.35 Moyennes de CS et MC pour le SSB2, pour le cas des groupes de fils en cavité	150
4.36 Photographie de la CRBM de l'Institut Pascal	152
4.37 Modélisation de la CRBM de l'Institut pascal	152
4.38 Schéma du dispositif, cas des groupes de fils métalliques variables	155
4.39 Résultats de la méthode de Morris pour MaxFoc, cas des groupes de fils métalliques variables	155
4.40 Résultats de la méthode de Morris pour SSB, cas des groupes de fils métalliques variables	156
4.41 Résultats de la méthode de Morris pour SSB2, cas des groupes de fils métalliques variables	156
4.42 Moyennes de CS (1VA) et MC (toutes les VA) pour MaxFoc, cas des groupes de fils métalliques variables	157
4.43 Schéma du dispositif, cas des cubes métalliques	159

4.44 Résultats de la méthode de Morris pour MaxFoc, cas des cubes métalliques	160
4.45 Résultats de la méthode de Morris pour SSB, cas des cubes métalliques	160
4.46 Résultats de la méthode de Morris pour SSB2, cas des cubes métalliques	161
4.47 Moyennes de CS et MC pour MaxFoc, cas des cubes métalliques	161
4.48 Schéma du dispositif, cas des dimensions variables du caisson	163
4.49 Résultats de la méthode de Morris pour MaxFoc, cas des dimensions variables du caisson	163
4.50 Résultats de la méthode de Morris pour SSB, cas des dimensions variables du caisson	164
4.51 Résultats de la méthode de Morris pour SSB2, cas des dimensions variables du caisson	164
4.52 Moyennes de CS et MC pour MaxFoc, cas des dimensions variables du caisson	165
A.1 Illustration schématique du principe de Huygens	iii
A.2 Les deux étapes du RT dans une cavité : à gauche, lors de la 1 ^{re} étape, la source émet un signal qui se propage et est enregistré au cours du temps par des récepteurs ; à droite, lors de la 2 ^e étape, les signaux sont inversés par rapport au temps puis injectés à partir de leur endroit de réception. L'onde se refocalise au point source initial	iv
C.1 Visualisation du fichier Excel associé à la création des cas	xix
C.2 Visualisation du fichier Excel associé à l'export des résultats	xxi

Liste des tableaux

2.1	Points et poids de CS pour une loi uniforme $[-1,1]$ et une loi normale $\mathcal{N}(0,1)$	62
2.2	Tableau récapitulatif des avantages et inconvénients des méthodes	63
2.3	Nombre de réalisations nécessaires pour 7 pts de CS selon le nombre de VA d'entrée	64
3.1	Coefficients de variation pour les positions de CS d'un objet transparent, les trois configurations de la figure 3.1 sont utilisées . . .	89
3.2	Moyennes calculées par CS, CV et RA ; déplacement suivant (O_x)	91
3.3	Moyennes calculées par CS, CV et RA ; déplacement suivant (O_y)	94
3.4	Moyennes calculées par CS, CV et RA ; déplacement suivant (O_x) et (O_y)	96
3.5	Moyennes calculées par CS, CV et RA ; ϵ_r suit une loi $\mathcal{U}[4,6]$, $\epsilon_r^0 = 5$	98
3.6	Moyennes calculées par CS, CV et RA ; ϵ_r suit une loi $\mathcal{U}[10,20]$, $\epsilon_r^0 = 15$	99
3.7	Moyennes calculées par CS, CV et RA ; Variation de ϵ_r sur tout le domaine	101
3.8	Moyennes calculées par CS, CV et RA ; déplacement sur (O_x) et variation de ϵ_r	102
3.9	Variables considérées dans l'étude de la ligne de transmission . .	109
3.10	Variables prédominantes selon la fréquence pour S_E et S_M . . .	120
3.11	Coût des différentes méthodes	123
4.1	Valeurs moyennes et intervalles de variations des variables aléatoires considérées	133
4.2	Moyennes de CS et MC, pour le cas de deux fils en cavité	137
4.3	Coefficients de variations et rapports d'amplitude, pour le cas de deux fils en cavité	138
4.4	Valeurs du SSB pour les différentes configurations de réflecteurs PEC en fonction de l'espacement des groupes de fils	143
4.5	Valeurs du SSB pour les différentes configurations de PEC avec 4 récepteurs	144
4.6	Valeurs moyennes et variations des entrées considérées dans l'étude	144
4.7	Tableau des CV et RA, pour le cas des groupes de fils en cavité	151

4.8	Positions et dimensions des éléments dans la CRBM	153
4.9	Valeurs moyennes et variations des entrées considérées dans l'étude, cas des groupes de fils métalliques variables	154
4.10	CV et RA, cas des groupes de fils métalliques variables	157
4.11	Valeurs moyennes et variations des entrées considérées dans l'étude, cas des cubes métalliques	159
4.12	CV et RA, cas des cubes métalliques	161
4.13	Valeurs moyennes et variations des entrées considérées dans l'étude, cas des dimensions variables du caisson	162
4.14	CV et RA, cas des dimensions variables du caisson	165
B.1	Sigma points et poids pour une loi uniforme sur $[-1,1]$ et une loi normale $\mathcal{N}(0, 1)$	vii
B.2	Plan fatorial complet à 2 niveaux avec 3 facteurs	viii
B.3	Plan fatorial complet à 2 niveaux avec 3 facteurs	ix

Introduction

Aujourd'hui, l'électromagnétisme se retrouve partout autour de nous. La transition technologique vers un nombre croissant d'outils de communication et d'appareils électroniques sans fil a engendré une augmentation de la génération d'ondes électromagnétiques et de l'exposition à celles-ci. Ce dernier point fait l'objet d'un domaine de recherche spécifique appelé la Compatibilité Électro-Magnétique (CEM). La CEM s'attache en effet à considérer la protection des équipements vis-à-vis des ondes électromagnétiques et à s'assurer simultanément que ces mêmes équipements ne produisent pas de perturbations critiques pour les autres éléments présents dans le milieu. Ces considérations ont fait l'objet de normes et directives qui imposent la prise en compte de ces problèmes aux fabricants d'appareils électroniques avant leur mise sur le marché. Ce secteur est en constant développement et de nombreuses recherches ont été menées, se nourrissant d'études provenant de domaines scientifiques connexes. Dans ce contexte, des travaux précédents ont introduit le processus de Retournement Temporel (RT) pour des problématiques de CEM.

Le RT est une technique issue du domaine de l'acoustique et récemment appliquée dans le contexte de l'électromagnétisme. Ce procédé développé dans les années 90 permet de focaliser spatialement et temporellement un champ acoustique ou électromagnétique. Cela donne lieu à de nombreuses applications et des expériences ont été menées notamment en acoustique sous marine ou en contrôle non destructif. Ce procédé se déroule théoriquement en deux étapes et nécessite idéalement une conservation des conditions du milieu de propagation entre ces dernières. En réalité maintes sources d'aléas peuvent toucher le milieu et donc avoir un impact plus ou moins marqué sur l'aboutissement du processus de RT (en particulier sur sa focalisation).

La prise en compte des incertitudes est une préoccupation qui a pris une grande importance ces dernières années, allant de paire avec l'utilisation de plus en plus intensive de la simulation numérique. Grâce d'une part à l'augmentation de la puissance informatique et d'autre part à la faveur de l'amélioration des outils logiciels qui permettent de mieux exploiter la capacité disponible (optimisation, calcul sur Graphical Processor Unit (GPU)), les simulations numériques se rapprochent toujours plus de la réalité. Elles sont souvent complémentaires

aux expérimentations « réelles » qui peuvent se révéler très coûteuses ou très compliquées (voire impossible) à mettre en œuvre. Les simulations permettent notamment de contrôler aisément les paramètres en limitant les surcoûts liés à la nouvelle mise en place de l'essai « réel ».

C'est dans ce contexte d'accessibilité aux simulations numériques que la méthode de Monte Carlo (MC) été utilisée et est de nos jours une technique très répandue. Elle représente même aujourd'hui une « référence » pour de nombreuses applications. La méthode de Collocation Stochastique (CS) est, elle, une technique récente qui constitue une alternative efficace à MC. Elle s'inscrit dans la même philosophie mais, un choix judicieux des points de mesures associée à une pondération des résultats, offrent la possibilité d'accéder, en ne considérant qu'un nombre très réduit de points, à des valeurs très proches de celles potentiellement obtenues avec la méthode de MC. Cette dernière nécessite des tailles d'échantillons très importantes (souvent de l'ordre de dizaines de milliers de réalisations). Ces travaux de thèse s'inscrivent dans ce contexte. L'objectif est ainsi de pouvoir prendre en compte les incertitudes affectant le processus de RT de manière efficace et précise, notamment grâce à la méthode de CS.

Ce manuscrit est structuré en quatre chapitres présentant les éléments théoriques et pratiques de ce travail de thèse.

Tout d'abord, dans le premier chapitre, seront explicités le contexte et les motivations qui ont poussé à mener ces recherches. Cette thèse ayant été financée par le CEA-Gramat, les thématiques de recherches industrielles de l'entreprise vis-à-vis du RT et des problématiques d'incertitudes seront présentées. Les outils numériques fondamentaux nécessaires à la création d'une modélisation de problèmes électromagnétiques seront aussi décrits. Les équations de Maxwell ont été considérées à l'aide de la méthode des différences finies et de logiciels industriels, Gorf3D et CST MWS ®. À la fin du chapitre, le cas de calcul constituant la finalité de ces travaux de thèse sera présenté.

Ensuite, la deuxième partie introduit les notions théoriques qui constituent la base de cette thèse. Dans un premier temps, le processus de RT est dépeint en détails. Ce procédé possède en effet des propriétés très intéressantes, notamment en matière de focalisation. Il est toutefois nécessaire de bien comprendre son fonctionnement car il peut être soumis à certaines contraintes qui affectent son utilisation. Celles-ci peuvent être en partie surmontées en fonction des caractéristiques du milieu. Dans un second temps nous parlerons des incertitudes et des stratégies les intégrant dans les traitements des problèmes rencontrés. Une méthodologie générale a été développée récemment. Elle propose de décomposer l'étude en plusieurs étapes spécifiques. La méthode de CS peut être utilisée dans la phase dite de « propagation d'incertitudes », tout comme la méthode de MC. Cette méthode efficace sera analysée en profondeur pour présenter ses fondements et propriétés. Pour faire face à certaines limites de la

méthode de CS, notamment son coût important pour des problèmes aléatoires de grande dimension, l'utilisation de techniques d'Analyse de Sensibilité (AS) apparaît particulièrement prometteuse pour cibler les entrées prédominantes et compresser le modèle. Le principe général de ces approches sera précisé et on s'intéressera en particulier à la méthode de Morris et aux indices de Sobol. Elles sont adaptées pour donner des informations qualitatives sur l'influence relative des variables d'entrée du modèle, tout en présentant un coût réduit.

Dans le troisième chapitre, seront abordés les premiers cas simples qui ont permis la mise en place de la méthode de CS pour la prise en compte d'incertain sur le RT. Cette dernière est alors utilisée pour plusieurs problématiques mettant en jeu des types d'aléas différents. Pour vérifier son efficacité et sa précision, les résultats de la méthode de CS sont comparés avec ceux issus de réalisations de MC. Des cas canoniques de grande dimension seront ensuite construits afin de valider le choix des méthodes d'AS sélectionnées au chapitre 2. L'objectif est de pouvoir accéder à moindre coût à l'influence des VA sur les sorties des systèmes. Une fois les VA prédominantes déterminées et les modèles réduits à ces dernières, la méthode de CS sera appliquée pour quantifier les impacts des aléas.

Enfin le quatrième chapitre sera le lieu de la présentation des problématiques réalistes de RT traitées conjointement avec les méthodologies d'AS et de CS. Différents cas présentant des aléas dont la nature et le nombre s'avèrent très variés sont ainsi traités avec cette conjugaison de méthodes. Pour tous ces cas de calculs importants, des solveurs industriels ont été utilisés. Après un premier test de mise en place du processus de RT avec ces logiciels pour appréhender les créations de simulations et les post-traitements, un système a été construit dans lequel le RT est mis en œuvre entre deux fils métalliques dans une cavité. Des aléas portent alors sur les caractéristiques de ces fils. Ensuite, un problème similaire sera exposé. Le RT se déroule toujours entre deux fils métalliques en cavité mais des groupes de fils métalliques disposés « en peignes » ont été ajoutés. Les spécificités de ces groupes de fils constituent les paramètres incertains du modèle. Enfin, les problématiques finales mettent en jeu des modélisations de la chambre réverbérante de l'Institut Pascal (IP, UMR 6602 du CNRS) dans laquelle est introduit un caisson métallique ayant auparavant permis d'étudier la méthode de CS sur des problèmes de CEM. Le RT a de nouveau lieu incluant deux fils métalliques (émission/réception), l'un à l'intérieur du caisson et l'autre à l'extérieur. Plusieurs configurations ont été simulées pour tenir compte de diverses VA. L'application du couplage des méthodes d'AS et de CS sur ces modèles pour la prise en compte des aléas sur le RT sera expliquée en détails et les résultats obtenus seront présentés.

Chapitre 1

Position des travaux

Sommaire

1.1	Contexte, motivations	7
1.1.1	La compatibilité électromagnétique (CEM)	10
1.1.2	CEM et RT	12
1.1.3	Importance des incertitudes en CEM	14
1.1.4	Besoins CEA-Gramat	15
1.1.5	Objectifs industriels à moyen/long terme	19
1.2	Outils numériques	20
1.2.1	Formulation différentielle des équations de Maxwell	20
1.2.2	La méthode FDTD	23
1.2.3	Gorf3D	27
1.2.4	CST Microwave Studio	28
1.3	Description du cas final	29

Le premier chapitre introduit le positionnement de ces travaux de thèse dans le contexte de la recherche industrielle et en particulier le domaine de la Compatibilité ÉlectroMagnétique (CEM). Ce domaine de recherche, ses liens avec le Retournement Temporel (RT), l'importance de la considération des incertitudes seront présentés.

Cette thèse étant le fruit d'une collaboration entre le CEA-Gramat et l'Institut Pascal à Clermont-Ferrand, le contexte et les enjeux industriels qui ont poussé à lancer ces activités de recherche seront explicités.

Ensuite, les outils classiques de simulation en électromagnétisme utilisés dans cette thèse seront détaillés. En effet, la discrétisation des équations de Maxwell décrivant la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu quelconque constitue une étape préliminaire indispensable à tout calcul numérique en électromagnétisme. En outre, la méthode des différences finies (FDTD) représente à ce jour une des techniques les plus utilisées pour réaliser des simulations numériques dans ce contexte. Des logiciels commerciaux ont été employés pour les cas les plus complexes et seront eux-aussi exposés.

Enfin, le cas de calcul final de RT, sur lequel les différentes méthodes utilisées et développées durant cette thèse ont été appliquées pour prendre en compte les incertitudes dans le processus, sera décrit à la fin du chapitre.

1.1 Contexte, motivations

Depuis quelques dizaines d'années, les nombreuses applications du RT, dont les propriétés (voir paragraphe 2.1.3) étaient connues de longue date, ont contribué au développement d'un domaine de recherche très dynamique. Le RT apporte des capacités de focalisation très fines et sélectives, mais aussi de détection efficace. Ce processus a ainsi fait l'objet de nombreuses études dans des domaines très variés. On peut citer notamment des travaux en acoustique sous marine (localisation de cible sous-marines, [1, 2, 3]), en détection/imagerie (focalisation précise et détection d'objets en environnement désordonné, caractérisation de cibles, [4], [5], [6]), en CEM (tests d'immunité par focalisation sélective en chambre réverbérante, [7]), en télécommunications (envoi d'information par focalisation du RT, [8], [9]) ou encore en focalisation (focalisation du champ sur une cible, [10, 11]). Les figures 1.1 et 1.2 illustrent quelques unes de ces applications. Ces études ne sont pas seulement des travaux théoriques mais représentent de réelles applications concrètes, la preuve en est que des entreprises exploitent actuellement le RT (par exemple « Time Reversal Communications » pour des télécommunication sécurisées). Le contexte de nos recherches est donc celui d'un processus physique efficace, largement mis en œuvre et utilisé en pratique.

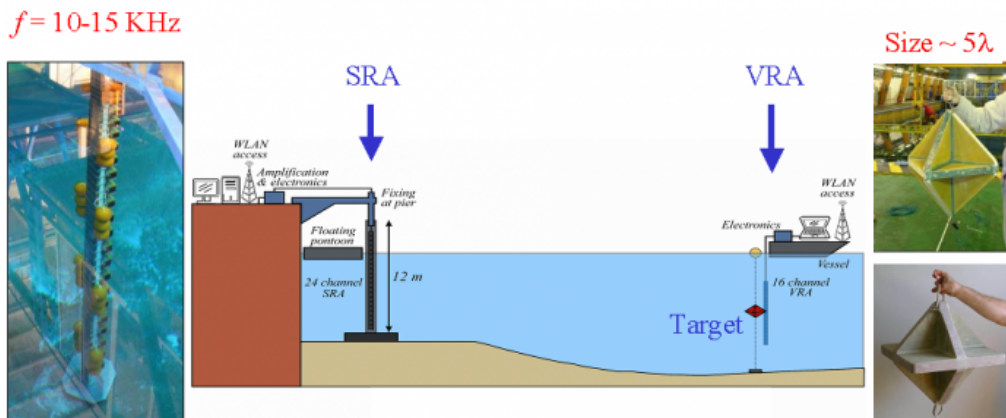


Figure 1.1 – Schéma d'un dispositif expérimental d'acoustique sous marine grâce au RT, image tirée de [2]

De manière simplifiée (détails au paragraphe 2.1), le processus de RT se déroule en deux étapes. Lors de la première phase, un signal est envoyé dans le milieu par une source positionnée à l'intérieur de celui-ci. Des antennes situées à un autre endroit dans le milieu enregistrent ce qu'elles reçoivent. Dans la seconde étape, les signaux captés précédemment sont inversés par rapport au temps puis réinjectés dans le milieu à partir des lieux de leurs réceptions en première étape. Le champ va alors se focaliser spatialement et temporellement

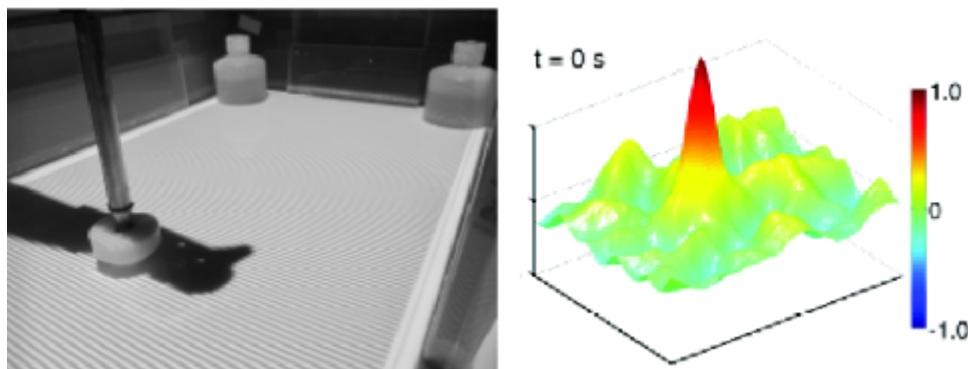


Figure 1.2 – Banc de mesure stéréoscopique de la hauteur des vagues utilisé pour des études de RT sur des vagues, image tirée de [3]

au point source initial. En théorie, pour que le processus de RT soit réalisé, le milieu de propagation doit être réversible, sans perte et identique entre les deux étapes. En pratique, ces conditions idéales sont rarement réunies. En effet, le procédé peut être affecté par des variations dans le milieu, de natures géométriques, électriques, mais aussi à cause de conditions de manipulations (répétabilité, précision des équipements notamment). Toutes ces variations vont impacter le RT et peuvent conduire à des différences entre attentes et résultats réels.

Un test simple sur un cas académique a été construit pour mettre en évidence que le point critique (là où l'impact des incertitudes sera le plus fort) se situe entre les étapes du RT. Dans un domaine 2D de taille $3m \times 3m$ possédant une discrétisation de $1cm$, sont placés une source S et un récepteur R. Quelques objets métalliques sont positionnés dans le domaine. Le processus de RT est réalisé en émettant par la source en première étape un signal gaussien de fréquence maximale 3GHz. Les bords du domaine sont constitués de métal parfait pour augmenter les réflexions (voir paragraphe 2.1.2 pour plus de détails).

Quatre cas sont alors étudiés :

1. La position de la source S est fixe en $(0.3m, 0.3m)^t$.
2. La position de S est fixe en $(0.3m, 0.35m)^t$.
3. La position de S est mobile et passe de $(0.3m, 0.3m)^t$ à $(0.3m, 0.35m)^t$ entre les deux étapes du RT.
4. La position de S est mobile et passe de $(0.3m, 0.35m)^t$ à $(0.3m, 0.3m)^t$ entre les deux étapes du RT.

Les deux premiers cas servent à montrer l'impact d'une variation se produisant avant la première étape du RT. Pour les deux derniers cas, le changement se

produit entre les deux étapes. Les signaux reçus après la seconde étape de RT pour chacun de ces quatre cas sont enregistrés et illustrés sur la figure 1.3.

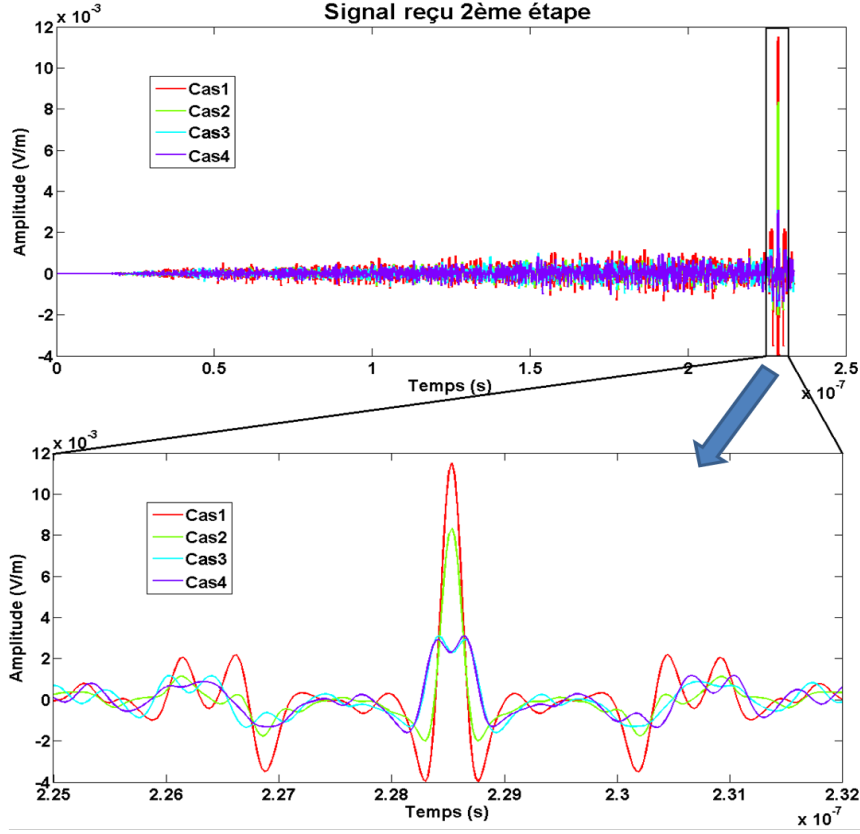


Figure 1.3 – Signaux reçus après RT pour les quatre cas considérés avec zoom sur le pic de focalisation

Pour chacun des quatre cas, on s'intéresse à la qualité de la focalisation du processus de RT. Il apparaît clairement, une fois un zoom sur le pic de focalisation effectué, que dans les cas 1 et 2 une bonne focalisation est constatée. En assimilant cette variation à une incertitude, cette dernière aurait alors peu d'impact sur le processus. Au contraire, les deux cas où la source bouge entre les étapes du RT montrent une amplitude de focalisation fortement diminuée par rapport aux autres. Cela nous conforte bien dans l'idée de ne considérer que les variations portant sur les changements entre les étapes du RT. Ces variations, ici construites arbitrairement, seront dans la suite considérées comme des incertitudes et modélisées par des variables aléatoires.

La prise en compte de l'incertain dans le RT est un questionnement actuel. Quelques études ont été réalisées sur le processus de RT entaché d'incertitudes mais pour des situations précises ([12], [13]). Des recherches récentes portent sur le processus de RT au cours duquel un réflecteur métallique, présent en

première étape, est ensuite retiré pour la seconde étape ([14]). Papanicolaou et al. ([15]) ont montré que le RT était un phénomène « stable » statistiquement, c'est-à-dire que tant que le milieu reste constant entre les deux étapes (et que les conditions de fonctionnement sont réunies), le phénomène de RT se comporte « bien » quel que soit le milieu a priori.

Dans ces travaux, nous avons cherché à aller plus loin et donc à développer une méthodologie globale de prise en compte d'incertitudes ayant lieu entre les étapes du RT.

La méthode généralement utilisée pour la considération des incertitudes (et très souvent prise comme référence) est la méthode de Monte Carlo ([16]). C'est une méthode simple à mettre en place et robuste car peu ou pas sensible à la dimension du modèle utilisé. Toutefois, sa convergence est lente, un nombre de simulations (ou d'expériences) considérable peut être nécessaire pour obtenir une convergence.

La méthode de Collocation Stochastique (CS) s'inscrit dans une philosophie similaire mais fait preuve d'une efficacité remarquable, comme ont pu le prouver de précédentes études ([17, 18, 19]). L'objectif de cette thèse est donc la prise en compte efficace des incertitudes dans le processus de RT dues aux changements entre les deux étapes, notamment grâce à la méthode de CS.

Le RT en électromagnétisme est souvent associé au domaine de la Compatibilité ÉlectroMagnétique (CEM). C'est le cas des travaux de cette thèse. La mise en place du processus de RT en CEM a fait l'objet de recherches [7, 20, 21, 22]. C'est pourquoi ce domaine de recherche sera décrit dans la suite.

1.1.1 La compatibilité électromagnétique (CEM)

Depuis quelques dizaines d'années, en parallèle à l'essor important des moyens de communication sans fils (téléphones, wifi, etc.), de plus en plus d'appareils électroniques ont investi notre quotidien. Or ces objets sont des sources d'émissions de rayonnements électromagnétiques et engendrent donc ce qu'il est possible d'appeler une « pollution » électromagnétique. Ces mêmes appareils électroniques sont censés fonctionner à l'intérieur d'un environnement dans lequel ils subissent de nombreuses perturbations dont les fréquences et puissances sont très variables. Ce phénomène a conduit à la création de normes CEM ([23, 24, 25]) sur les appareils électroniques avant leur mise sur le marché.

La CEM désigne en effet la capacité d'un équipement à fonctionner de façon satisfaisante dans son environnement électromagnétique sans produire lui-même de perturbations électromagnétiques intolérables pour les autres éléments de son environnement.

Selon les normes CEM, un système électronique doit donc :

- Limiter ses émissions « parasites » (le mot perturbation est aussi utilisé) pour les autres appareils électroniques au sens large de son milieu.

- Être suffisamment protégé (on parle encore de susceptibilité) contre les émissions des autres composants de son environnement.

La CEM est un domaine qui connaît actuellement une croissance forte. En effet, on assiste d'un côté au développement de nouveaux réseaux de télécommunication (4G) par les opérateurs de téléphonie mobile soucieux d'améliorer la qualité de leurs services et de diversifier leurs offres et d'un autre côté à la prise de conscience du public qui s'inquiète de la proximité et/ou de la multiplication des antennes.

Parmi les moyens d'essais couramment rencontrés en CEM, on peut citer les chambres anéchoïques et les chambres réverbérantes. Les chambres anéchoïques simulent l'espace libre. En effet, en plus d'isoler des perturbations extérieures (cage de Faraday), les parois de ces cavités sont recouvertes de matériaux absorbant les ondes électromagnétiques. La figure 1.4 présente un exemple de chambre anéchoïque.

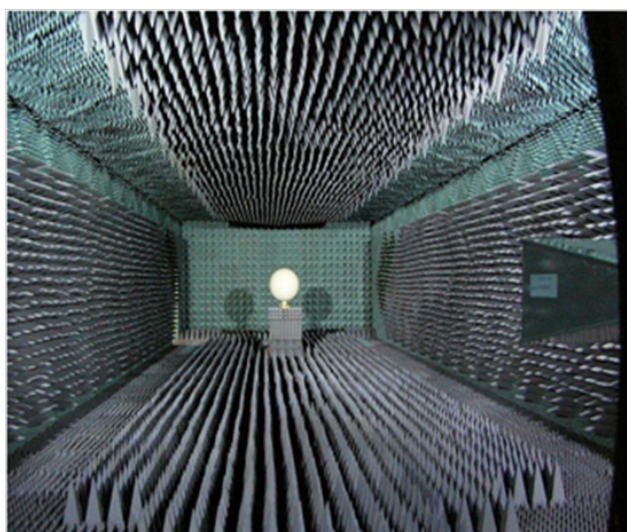


Figure 1.4 – Chambre anéchoïque

Les chambres réverbérantes isolent aussi du « bruit » extérieur, mais au contraire des chambres anéchoïques, celles-ci sont équipées de parois qui réfléchissent les ondes électromagnétiques vers l'intérieur du domaine ([26]). Un exemple de chambre réverbérante est donné par la figure 1.5.

Au vu des recherches citées précédemment et des avantages attendus du RT dans le domaine de la CEM, nous poursuivons par la présentation de l'application du RT dans ce contexte.



Figure 1.5 – Chambre réverbérante de l’Institut Pascal (IP)

1.1.2 CEM et RT

Les moyens de tests CEM, comme les chambres réverbérantes, offrent un avantage pour le processus de RT. En effet, on peut aisément comprendre que les milieux grandement réverbérants offrent de meilleures conditions au RT car les éléments diffractants et les parois qui renvoient le signal permettent de récupérer plus d’information au niveau du capteur. En pratique, des études ont confirmé cet état de fait en acoustique ([27]) et en électromagnétisme ([28]). De plus le RT possède un intérêt notable pour les applications de la CEM. Ces capacités de focalisations temporelle et spatiale très fines en font un outil précieux notamment pour les tests d’immunité.

Des recherches ont été menées sur l’utilisation du RT en chambre réverbérante. On peut citer notamment les travaux de Moussa [20] qui se basent sur la théorie du RT et le principe d’équivalence et qui ont abouti à la mise en place d’un moyen de tests d’immunité rayonnée baptisé TREC (Time Reversal Electromagnetic Chamber). Ce système permet, grâce à la génération de fronts d’ondes cohérents dont la polarisation et la direction de propagation sont contrôlées, de réaliser dans une chambre réverbérante, les mêmes tests que dans une chambre anéchoïque, en bénéficiant en plus des avantages des milieux réverbérants.

Il est en outre possible avec le RT d’effectuer une focalisation sélective de manière à cibler spécifiquement un élément (d’une carte électronique par exemple). Cette distinction entre cibles peut se faire grâce notamment à la Décomposition de l’Opérateur de Retournement Temporel (notée « DORT », [21]). Des travaux récents ont été effectués pour réaliser des focalisations sélectives grâce à du RT en chambre réverbérante [22]. Dans cette étude, un équipement comportant trois composants est placé dans la chambre réverbérante. Le but est de focaliser un champ électrique sur l’un des composants tandis que les autres

sont agressés par des niveaux de champ beaucoup plus bas. En effet, chaque composant possède une valeur seuil de champ à ne pas dépasser (pour ne pas endommager le composant). Les résultats des tests de focalisation sélective sur chacun des trois composants sont exposés sur la figure 1.6.

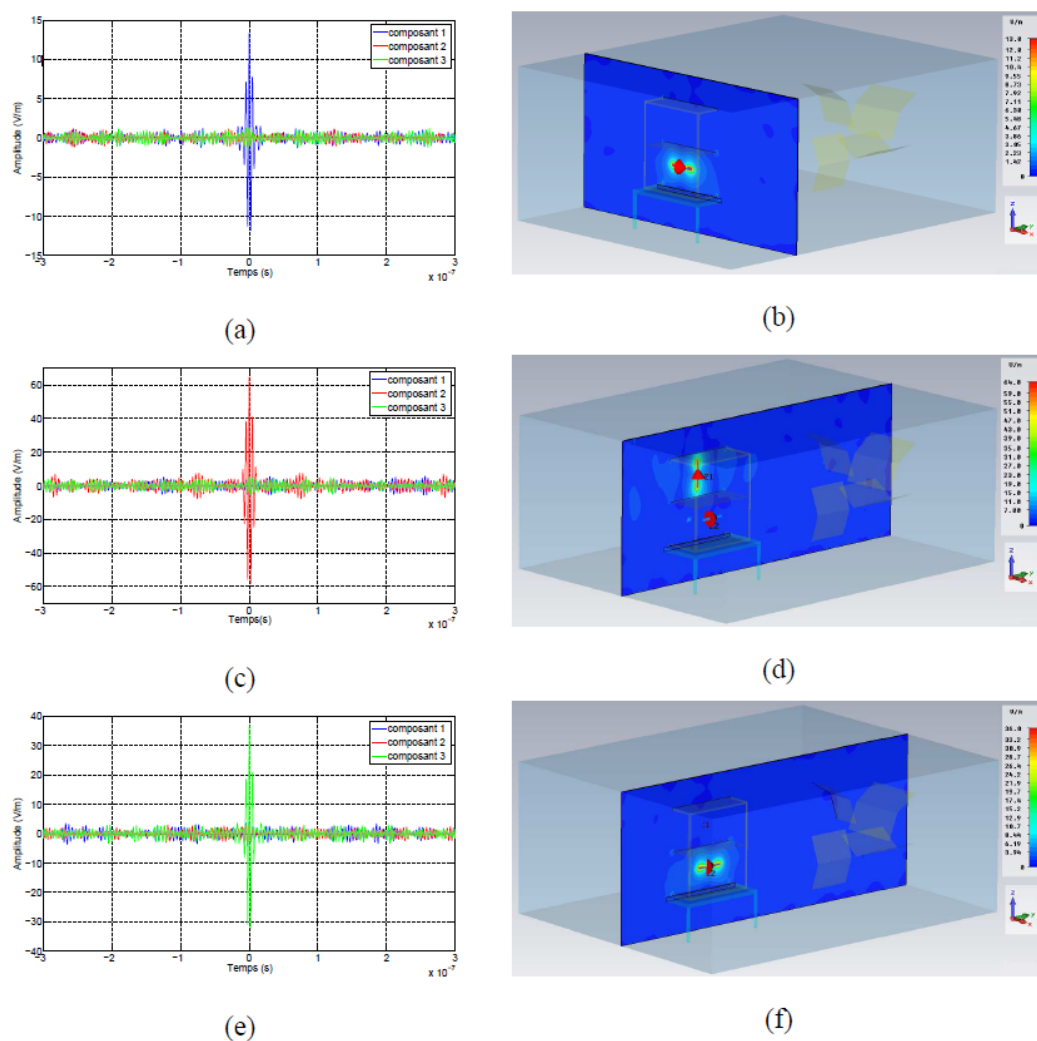


Figure 1.6 – Résultats de tests de focalisation sélective. (a) : Focalisation temporelle sur le composant 1. (b) : Focalisation spatiale sur le composant 1. (c) : Focalisation temporelle sur le composant 2. (d) : Focalisation spatiale sur le composant 2. (e) : Focalisation temporelle sur le composant 3. (f) : Focalisation spatiale sur le composant 3. Figure tirée de [22]

Pour les différents cas, le maximum de champ observé et la position spatiale de chaque composant coïncident bien. On peut noter que la focalisation sélective ne concerne pas seulement le lieu de focalisation mais aussi le temps de focalisation. Des tests supplémentaires ont été réalisés pour vérifier la robustesse de la

technique. Il en ressort que même en présence de bruit, la focalisation sélective fonctionne toujours ([29]).

Une autre problématique importante de la CEM se situe au niveau des câbles. La généralisation de technologies électroniques a conduit à une augmentation importante des connexions et des longueurs de câbles utilisées, en particulier dans les véhicules (automobile, avion). Le bon état et la fiabilité des câblages constituent donc un point clé. Le RT peut alors être utilisé pour effectuer des diagnostics dans les câbles à la recherche de défauts ou d'usure [30]. Le RT apporte en effet une alternative aux principaux inconvénients des méthodes actuelles de réflectométrie (inhomogénéité des câbles, détection de défauts non francs).

1.1.3 Importance des incertitudes en CEM

En CEM, la volonté de considérer les incertitudes dans les études est une problématique récente, mais qui se développe de plus en plus. Les problèmes de CEM peuvent en effet être affectés par de nombreuses sources d'incertitudes que l'on peut classer en trois groupes.

- Les incertitudes sur les sources : amplification, phase, direction de propagation, reproductibilité des expériences,
- Les incertitudes sur les victimes : position exacte, impédance de charge,
- Les incertitudes sur les chemins de couplages : objets diffractants, usure des matériaux, absence de connaissance sur le milieu.

Les seules données des valeurs moyennes ne suffisent souvent pas à intégrer les effets des variations aléatoires des paramètres.

Différentes techniques ont été employées pour donner une vision plus réaliste des simulations électromagnétiques sur des problèmes entachés d'incertitudes. On peut citer notamment la Collocation Stochastique [17, 18, 19, 31, 32, 33], Unscented Transform [34, 35, 36] (voir aussi annexe B.1), les plans d'expérience [37, 38, 32, 39] (voir aussi annexe B.2), les polynômes chaos [40, 41, 42, 32, 33], ou encore le krigeage [43, 32] (voir aussi annexe B.3).

Sans être exhaustif, ces méthodes ont été appliquées dans divers domaines touchant à l'électromagnétisme, comme la CEM [18] ou la Bio-CEM [42, 44, 45, 32, 33], l'efficacité de blindage [19, 35], la vulnérabilité [19, 38, 43], ou encore la propagation et la dispersion [19].

Lors des applications du RT, ce sont principalement ses capacités de focalisation précise qui sont mises en avant. Or, des aléas affectant le processus de RT vont avoir des impacts sur cette propriété, étalant ou déplaçant la tache focale par exemple. Cela peut avoir des conséquences majeures sur les applications. Ce problème se comprend bien par exemple pour un usage de destruction de cellules cancéreuse par RT, si la focalisation a lieu à côté des cellules cibles et endommage les tissus sains.

Ce type de recherches est souvent mené par des organismes de recherches ayant à l'esprit les implications industrielles potentielles. Ces travaux de thèse ont ainsi été financés par le CEA-Gramat, en collaboration avec l'Institut Pascal de Clermont-Ferrand.

1.1.4 Besoins CEA-Gramat

Le CEA (Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives) est un organisme public de recherche scientifique qui emploie environ seize mille salariés dans dix centres de recherches répartis sur toute la France (figure 1.7).

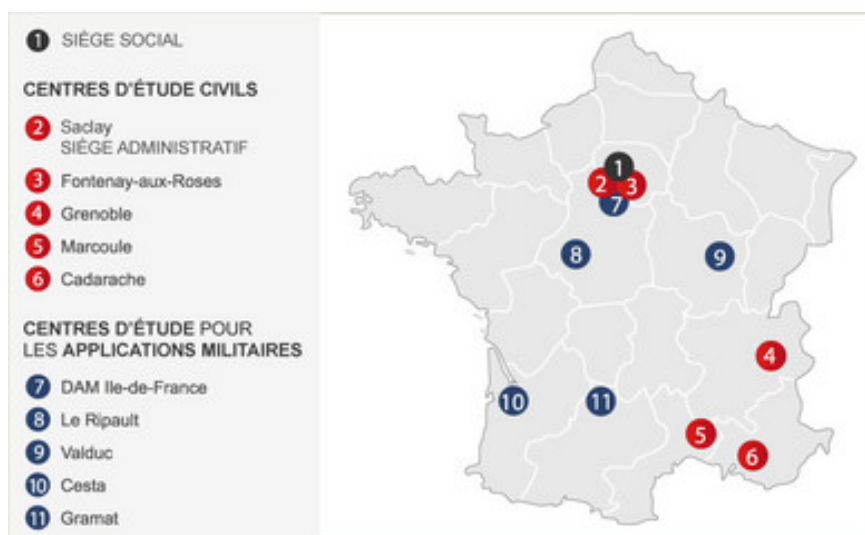


Figure 1.7 – Répartition des centres CEA en France

Il se pose comme un acteur majeur de la recherche, de l'innovation et du développement. Ses domaines de recherches sont très variés et sont orientés sur quatre axes principaux :

- les énergies bas carbone (nucléaire et renouvelables),
- les technologies de l'information et la santé,
- les très grandes infrastructures de recherche,
- la défense et la sécurité globale.

Reconnu à l'international, le CEA est aussi très implanté dans le milieu de l'industrie et développe de nombreux partenariats avec les industriels français et européens.

Les activités du CEA s'articulent autour de plusieurs pôles opérationnels :

- la Direction des Sciences du Vivant (DSV), figure 1.8,

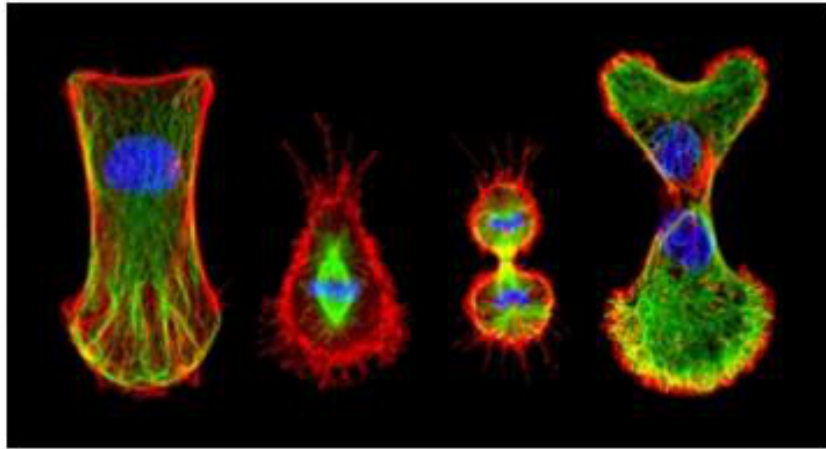


Figure 1.8 – Division de cellules souches conditionnées par des contraintes physiques, étude [46]



Figure 1.9 – Imagerie de la structure interne DW dans des cylindres de Nickel de 55 et 85 nm, étude [47]

- la Direction des Sciences de la Matière (DSM), figure 1.9,
- le CEA Tech : pôle de recherche technologique, dont le but est de diffuser les technologies pour en faire bénéficier l'industrie,
- la Direction de l'Énergie Nucléaire (DEN), figure 1.10,
- la Direction des Application Militaires (DAM), figure 1.11.

Le centre de Gramat (département du lot, 46) est rattaché à la DAM depuis qu'il a rejoint le CEA en janvier 2010. Le CEA-Gramat a pour spécificités de mener des recherches sur :

- la vulnérabilité des systèmes face aux effets des armes et aux agressions électromagnétiques (figure 1.12,(a)),



Figure 1.10 – Laboratoire chaud ATALANTE dédié aux études sur le cycle du combustible, © S. Le Couster/CEA

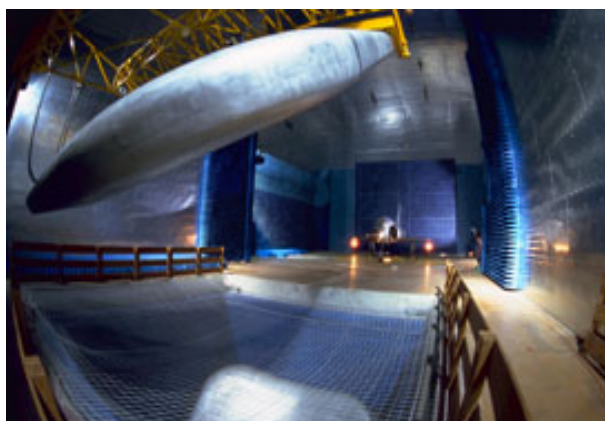


Figure 1.11 – Intérieur de la machine Hyperion du CEA Gramat, utilisée pour tester la vulnérabilité de systèmes face à une agression électromagnétique

- l'efficacité des armements conventionnels et leur vulnérabilité et durcissement vis-à-vis des agressions électromagnétiques (figure 1.12,(b)),
- la vulnérabilité et la protection des installations civiles et militaires (figure 1.12,(c)).

Dès 2006, le CEA-Gramat (alors encore centre DGA, Direction Générale de l'Armement) a lancé des études sur le Retournement Temporel en électromagnétisme (REI AORTE). Auparavant des recherches avaient été menées sur des thématiques de télécommunications sous-marines discrètes ou de détections de mines ([48]). La DGA a financé des travaux sur les radars à retournement temporels à travers la MRIS (Mission pour la Recherche et l'Innovation Scienti-

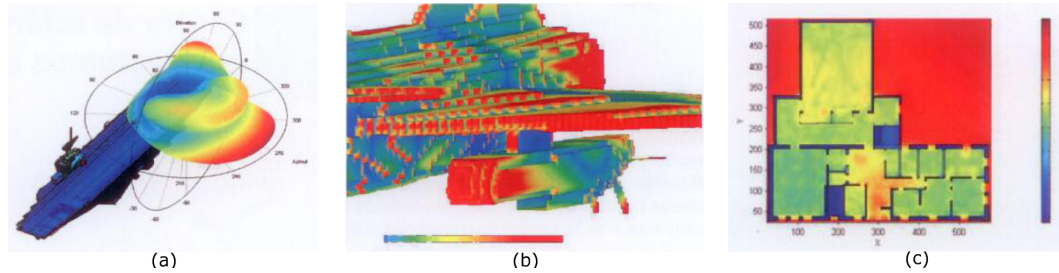


Figure 1.12 – Thématiques de recherches du CEA-Gramat. (a) : Évaluation d'une impulsion électromagnétique d'origine nucléaire sur un porte avion, (b) : Simulation de l'effet d'une agression électromagnétique sur un missile sous emport, (c) : Vulnérabilité électromagnétique d'un bâtiment sensible

fique) de la défense ([49]), visant une application de « vision à travers les murs ».

Plusieurs raisons ont motivé l'intérêt du CEA-Gramat à traiter du retournement temporel. La première concerne un cœur de métier du CEA-Gramat : dans le cadre de la recherche sur les IEMI (Impulsions ÉlectroMagnétiques Intentionnelles), on s'intéresse à la capacité de focaliser des champs électromagnétiques au niveau d'une cible. Plusieurs qualités du RT constituent des points clés et ont justifié de se pencher sur le sujet :

- La focalisation temporelle.
La focalisation temporelle de signaux type ULB (Ultra Large Bande) est intéressante car le spectre de ce type de signal est riche, potentiellement très agressif vis-à-vis de certains systèmes électroniques.
- La focalisation spatiale.
La focalisation spatiale est importante car elle évite les effets collatéraux (par exemple matériel électronique à ne pas perturber à proximité de la cible) et les difficultés liées au DREP (Danger des Rayonnements Électromagnétiques sur le Personnel). Ainsi, pour le DREP, les champs à proximité de l'antenne sont inférieurs aux champs sur la cible située à une distance pourtant plus importante.

Les travaux liés se sont concrétisés par un démonstrateur (petite CRBM) réalisé avec le LOA (Laboratoire Ondes et Acoustique, [11]). Ce démonstrateur a naturellement mis en évidence l'importance des incertitudes de l'environnement sur la qualité de la focalisation (présence ou pas des opérateurs, du mobilier entre la phase d'apprentissage et la phase d'émission). Sur le terrain, une version plus aboutie du démonstrateur devrait prendre en compte l'incertain lié à la nature des sols (conductivité), aux dimensions diverses (hauteur de l'antenne par rapport au sol, distance des bords de route...).

De nombreuses autres études en cours du CEA portent sur la prise en compte de l'incertain sur des problématiques diverses.

1.1.5 Objectifs industriels à moyen/long terme

Des travaux se poursuivent au CEA-Gramat sur la mise en œuvre du RT dans une chambre réverbérante afin de focaliser le champ en un point (travaux initiés par le CEAT [11]) ou mieux, en un front d'onde (thèse en cours, [50]). D'une part, l'intérêt est lié à des tests de matériels aux champs forts en s'affranchissant des difficultés inhérentes aux chambres anéchoïques. D'autre part, la focalisation d'un front permet de caractériser des antennes sans chambre anéchoïque, base compacte ou arche type Satimo (figure 1.13).

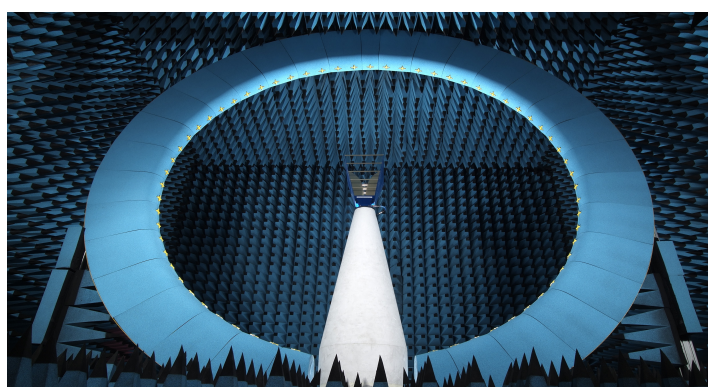


Figure 1.13 – Arche de mesure utilisée pour caractériser une antenne, société Satimo [51]

A ce titre, l'incertain issu des tailles variables d'antennes à mesurer pourrait être pris en compte par des approches stochastiques.

A terme, il est envisageable que des travaux se poursuivent sur des télécommunications discrètes par exemple dans des bâtiments, dont la structure dans le domaine militaire est relativement paradisée et favorise donc le caractère réverbérant. Là, des variations des positions des meubles, des réseaux, des personnels, des positions des émetteurs et récepteurs, pourraient être considérées.

Des projets de vision à travers les murs avec le RT (TTL : Through The Wall) se poursuivent ([52]). Des natures de murs très différentes sont rencontrées.

Dans l'automobile et dans l'aéronautique une méconnaissance réside dans les câblages (position, nombre, cheminement, etc.).

Ces différentes recherches traitant de problèmes variés ne font pas intervenir de changements entre les étapes du RT et n'entrent donc pas dans le cadre de ces travaux de thèse. Au contraire de la phase de calibration de la chambre réverbérante, qui s'effectue en l'absence d'antenne, cette dernière étant ajoutée ensuite. Avec le processus de RT expérimental, l'antenne source de première étape est retirée pour la focalisation lors de la seconde étape. Ces modifications du milieu entre les phases de processus ont des impacts qu'il serait intéressant de pouvoir quantifier.

Dans le domaine médical la mise en œuvre de pulses Ultra Large Bande (ULB) permet de traiter ou de favoriser certains traitements (électroporation / électrochimiothérapie [53]). L'idée d'utiliser le RT ici serait de pouvoir focaliser le pulse seulement à l'endroit à traiter, en particulier en profondeur des tissus ([32, 33]), ce qui est relativement difficile aujourd'hui en raison de l'atténuation naturelle des ondes entre l'antenne et la tumeur. Des variations sont prévisibles entre les cas, comme la nature des tissus (les conductivités et permittivités des tissus humains varient de façon non négligeable suivant l'âge), la nature des organes à traverser (s'ils sont vivants ou morts lors des phases de tests). Mais surtout, le traitement par RT dans le vivant peut être confronté à des incertitudes affectant le milieu entre ses deux étapes. Les mouvements dus à la respiration, la circulation du sang et autres fluides dans les vaisseaux et les tissus constituent des sources d'incertitudes.

Un autre paramètre incertain pouvant intervenir entre les cas mais aussi entre les étapes du RT est la linéarité de l'amplification, liée à la technologie des amplificateurs. On appelle linéarité d'un amplificateur la capacité de celui-ci à garder constante la courbe donnant la tension de sortie en fonction de la tension d'entrée. Cependant la caractéristique des éléments semiconducteurs qui composent un amplificateur n'est jamais totalement linéaire et cela entraîne un défaut de linéarité qualifié aussi de distorsion harmonique.

La prise en compte de ces problématiques se fait de plus en plus de nos jours de manière numérique. Les modèles numériques sont construits à l'aide d'outils se basant sur des modèles physiques (c'est à dire des problèmes réels). Quelques-uns de ces outils sont présentés dans la suite de ce chapitre.

1.2 Outils numériques

Afin de mener à bien ces travaux de thèse et de pouvoir simuler les comportements des champs électromagnétiques dans les divers milieux d'étude, plusieurs dispositifs numériques ont été nécessaires. Nous présentons dans cette partie des fondements des simulations dans le domaine de l'électromagnétisme, à savoir la formulation différentielle des équations de Maxwell et la méthode FDTD. En supplément, les logiciels Gorf3D et CST Microwave Studio ® seront aussi introduits.

1.2.1 Formulation différentielle des équations de Maxwell

Les équations de Maxwell forment une base de l'électromagnétisme moderne. J.C. Maxwell a le premier transcrit les théorèmes de l'électromagnétisme à l'aide d'une formulation différentielle. En 1865 il a effectué la synthèse des travaux de recherches et des théories en électromagnétisme des XVIII^{ème} et XIX^{ème} siècles

(notamment ceux de Faraday et Ampère) et a établi les équations qui décrivent l'attitude des champs électrique et magnétique. Celles-ci constituent des postulats de base de l'électromagnétisme.

1.2.1.1 Les équations de Maxwell

On se réfère aujourd'hui à 4 équations principales pour exprimer les comportements des champs électrique \mathbf{E} et magnétique \mathbf{H} . Elles font intervenir pour tout point $M(x, y, z)$ et à l'instant t :

- le vecteur champ électrique $\mathbf{E}(M, t)$ en $V.m^{-1}$,
- le pseudo vecteur induction magnétique $\mathbf{B}(M, t)$ en T ,
- la densité volumique de charge électrique $\rho(M, t)$ en $C.m^{-3}$,
- le vecteur densité volumique de courant $\mathbf{j}(M, t)$ en $A.m^{-2}$,
- la permittivité diélectrique du milieu ϵ en $F.m^{-1}$,
- la perméabilité magnétique du milieu μ en $H.m^{-1}$.

Les équations de Maxwell se formulent de la façon suivante :

Maxwell-Gauss

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon}. \quad (1.2.1)$$

Flux magnétique

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (1.2.2)$$

Maxwell-Faraday

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (1.2.3)$$

Maxwell-Ampère

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{j} + \mu \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (1.2.4)$$

1.2.1.2 En milieux continus

Afin de décrire l'électrodynamique des milieux continus, ces équations s'écrivent différemment :

Maxwell-Gauss

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho. \quad (1.2.5)$$

Flux magnétique

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (1.2.6)$$

Maxwell-Faraday

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (1.2.7)$$

Maxwell-Ampère

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \quad (1.2.8)$$

Ces formules font intervenir le champ magnétique $\mathbf{H}(M, t)$ exprimé en $A.m^{-1}$ et l'induction électrique $\mathbf{D}(M, t)$ en $C.m^{-2}$. Ces grandeurs sont liées entre elles à l'aide des relations de milieu :

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}, \quad (1.2.9)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad (1.2.10)$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}. \quad (1.2.11)$$

Cette dernière égalité permet de réécrire l'équation Maxwell-Ampère :

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \quad (1.2.12)$$

L'équation de conservation de la charge qui s'écrit :

$$\nabla \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad (1.2.13)$$

est parfois ajoutée aux quatre équations de Maxwell, ainsi que les forces de Coulomb et de Laplace :

$$\mathbf{F}_C = q \mathbf{E}, \quad (1.2.14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_L &= I \cdot d\mathbf{l} \wedge \mathbf{B} \\ &= q \mathbf{V} \wedge \mathbf{B}. \end{aligned} \quad (1.2.15)$$

1.2.1.3 Permittivité et perméabilité relatives

Il est courant pour la permittivité et la perméabilité de se référer à des grandeurs relatives, ϵ_r et μ_r respectivement. Elles se définissent comme suit :

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r, \quad (1.2.16)$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r. \quad (1.2.17)$$

avec ϵ_0 et μ_0 respectivement la permittivité (en $F.m^{-1}$) et la perméabilité (en $H.m^{-1}$) du vide, tels que :

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9}, \quad (1.2.18)$$

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}. \quad (1.2.19)$$

La vitesse de propagation dans le milieu se déduit des grandeurs précédentes. Elle s'exprime (en $m.s^{-1}$) dans un milieu non conducteur par la formule suivante :

$$c = \sqrt{\frac{1}{\epsilon \mu}} \quad (1.2.20)$$

Les équations de Maxwell se résolvent la plupart du temps de manière numérique. De multiples méthodes permettent de le faire ([54], [55], [56]). Notre choix s'est porté sur la méthode FDTD et sur les logiciels Gorf3D et CST Microwave Studio ® que nous présenterons dans la suite.

1.2.2 La méthode FDTD

La méthode FDTD (acronyme anglais pour « Finite Difference Time Domain », qui se traduit en Français par DFDT : « Différences Finies dans le Domaine Temporel ») est une technique qui permet de réaliser la discrétisation et la résolution numérique des équations de Maxwell. De ce fait elle donne accès à la modélisation du comportement des champs et à la propagation des ondes électromagnétiques dans le milieu d'étude. Ce dernier peut être pris plus ou moins complexe avec par exemple l'existence à l'intérieur d'objets aux propriétés diélectriques ajustables.

Pour résoudre numériquement les équations de Maxwell, il est utile de réécrire les équations 1.2.7 et 1.2.12 de la manière suivante :

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1.2.21)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.2.22)$$

K.S. Yee [57] a utilisé un développement de Taylor pour évaluer les dérivées par rapport au temps et l'espace à l'aide d'approximations fournies par les différences finies. La méthode FDTD nécessite classiquement un découpage du domaine en un maillage structuré composé de mailles parallélépipédiques. La discrétisation du domaine de calcul s'effectue selon les pas spatiaux δx , δy et δz dans les directions respectives (O_x) , (O_y) et (O_z) , puis en considérant δt pour le pas de temps. Chaque cellule du maillage peut alors être indexée par un triplet $(i, j, k) \in \mathbb{N}^3$ correspondant à la position spatiale $(i\delta x, j\delta y, k\delta z)$ dans le repère orthonormé (O_{xyz}) , de même sur l'échelle de temps avec $n\delta t$, $n \in \mathbb{N}$.

Dans un repère orthonormé en coordonnées cartésiennes, la projection des équations de Maxwell s'exprime selon ce système d'équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right) \\ \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right) \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right) \\ \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \end{array} \right. \quad (1.2.23)$$

Pour généraliser on notera \mathbf{F} pour représenter soit le champ électrique \mathbf{E} , soit

le champ magnétique \mathbf{H} . On écrira donc $\mathbf{F}^n(i, j, k)$ pour parler du champ \mathbf{F} au point $(i\delta x, j\delta y, k\delta z)$ et à l'instant $n\delta t$.

La résolution numérique s'effectue grâce à un schéma explicite d'ordre deux en temps et en espace :

$$\frac{\partial \mathbf{F}^n(i, j, k)}{\partial t} = \frac{\mathbf{F}^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - \mathbf{F}^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\delta t} + O(\delta t^2) \quad (1.2.24)$$

$$\frac{\partial \mathbf{F}^n(i, j, k)}{\partial x} = \frac{\mathbf{F}^n(i + \frac{1}{2}, j, k) - \mathbf{F}^n(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\delta x} + O(\delta x^2) \quad (1.2.25)$$

Les équations 1.2.21 et 1.2.22 sont couplées en temps, l'application des équations 1.2.24 et 1.2.25 conduit à un schéma appelé « saute mouton » (ou « leap-frog » en anglais). Les champs sont calculés à des temps distincts de $\frac{1}{2}\delta t$ et à des positions séparées d'une demi discrétisation spatiale. Les composantes du champ \mathbf{E} sont calculées au temps $n\delta t$ et à la position $(i\delta x, j\delta y, k\delta z)$ et celles du champ \mathbf{H} sont déterminées au temps $(n + \frac{1}{2})\delta t$ et à la position $((i + \frac{1}{2})\delta x, j\delta y, k\delta z)$ par exemple. Les composantes des champs \mathbf{E} et \mathbf{H} se positionnent dans les mailles comme indiqué sur la figure 1.14 (au milieu des arêtes pour le champ électrique et au centre des faces pour le champ magnétique).

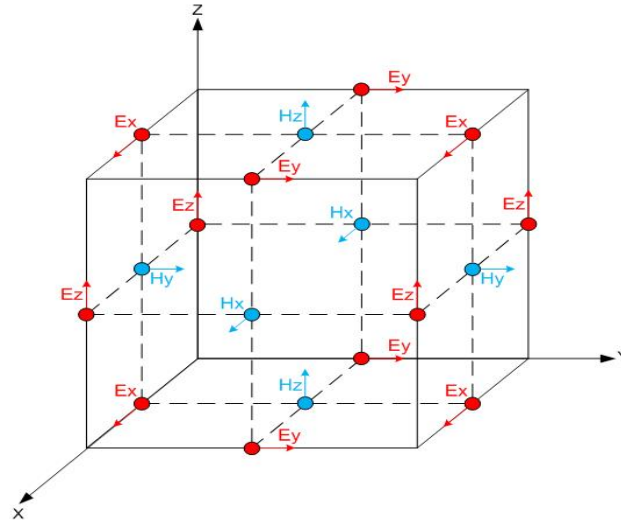


Figure 1.14 – Cellule de Yee

Si on discrétise aussi ϵ , σ et μ , on obtient les équations suivantes pour les composantes des champs (seules les équations pour E_x et H_x sont exprimées car les équations pour les autres composantes sont proches et se déduisent naturel-

lement) :

$$\begin{aligned}
E_x^{n+1}\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right) &= \frac{2\epsilon\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right) - \sigma\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right)\delta t}{2\epsilon\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right) + \sigma\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right)\delta t} E_x^n\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right) \\
&+ \frac{2\delta t}{2\epsilon\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right) + \sigma\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right)\delta t} \\
&\times \left[\frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k\right) - H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k\right)}{\delta y} \right. \\
&\left. + \frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j, k - \frac{1}{2}\right) - H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right)}{\delta z} \right] \quad (1.2.26)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) &= H_x^{n-\frac{1}{2}}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) \\
&+ \frac{\delta t}{\mu\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right)} \\
&\times \left[\frac{E_y^n\left(i, j + \frac{1}{2}, k + 1\right) - E_y^n\left(i, j + \frac{1}{2}, k\right)}{\delta z} \right. \\
&\left. + \frac{E_z^n\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right) - E_z^n\left(i, j + 1, k + \frac{1}{2}\right)}{\delta y} \right] \quad (1.2.27)
\end{aligned}$$

En cas d'utilisation d'un maillage variables (comme au paragraphe 3.1.1.2), la discrétisation spatiale peut ne pas être constante. Les δx , δy et δz dépendent alors de la position et s'expriment respectivement $\delta x(i)$, $\delta y(j)$ et $\delta z(k)$. Des variantes de la méthode des différences finies, permettant de prendre en compte des problématiques particulières, existent (géométries plus fines à certains endroits par exemple). Elles utilisent des schémas plus complexes. On peut citer en particulier des techniques de sous-maillages [58] ou la méthode des différences finies conformes [59, 60]. Dans nos travaux nous nous limitons à l'utilisation de la méthode « classique ».

1.2.2.1 Conditions de stabilité

Pour fonctionner correctement la méthode FDTD nécessite de respecter une condition de stabilité. Le rapport entre les pas de discrétisation temporelle et spatiale doit se conformer à ce que l'on appelle « critère CFL » (pour Courant Friedrichs Lewy) et qui s'énonce ainsi :

$$\delta t \leq \frac{1}{c\sqrt{\frac{1}{\delta x^2} + \frac{1}{\delta y^2} + \frac{1}{\delta z^2}}}, \quad (1.2.28)$$

où c représente la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu. En pratique on choisit la plupart du temps une valeur proche mais inférieure à

la borne supérieure (admissible en théorie) pour éviter tout risque de divergence (de l'ordre de 0.99 fois la borne supérieure par exemple).

D'autre part, pour limiter les phénomènes de dispersion numérique engendrés par la méthode, il faut choisir un pas de discrétisation spatiale de l'ordre de $\lambda_{min}/10$ ou inférieur (λ_{min} est la longueur d'onde correspondant à la fréquence maximale du signal émis). Il est parfois nécessaire d'aller plus loin ($\lambda_{min}/15$). La dispersion numérique représente le fait que la méthode entraîne la formation d'un décalage entre vitesse réelle et vitesse de propagation numérique de l'onde considérée.

1.2.2.2 Conditions aux limites

Tous les problèmes traités en électromagnétisme ont besoin de considérer des conditions aux limites, qu'il s'agisse d'interfaces entre différents corps, de guides d'ondes ou simplement des bords du domaine. Il est donc important que les simulations les modélisent correctement et le plus précisément possible. Ces conditions aux limites peuvent être de plusieurs natures. En voici quelques exemples :

- Des conditions absorbantes (« Absorbing Boundary Conditions », ou ABC en anglais) qui permettent de simuler l'espace libre,
- Des conditions parfaitement conductrices électriquement (« Perfectly Electric Conductor », ou PEC en anglais),
- Des conditions parfaitement conductrices magnétiquement (« Perfectly Magnetic Conductor », ou PMC en anglais),
- Des conditions pour simuler les interfaces entre milieux (diélectriques par exemple).

Dans nos travaux, nous avons utilisé des conditions absorbantes et des parois PEC (pour les environnements réverbérants). Pour le premier type de conditions, le formalisme des conditions de Mur ([61]) a été employé pour les problèmes les plus simples. Pour les mettre en place, l'ajout de coefficients multiplicateurs sur les bords du domaine est nécessaire pour annuler les ondes réfléchies, ce qui simulera l'espace libre. Ces conditions sont très faciles à mettre en place mais sont relativement imparfaites. Néanmoins, cela s'avère suffisant pour des problèmes simples.

Ensuite, pour les cas plus complexes, les techniques de PML (Perfect Matched Layer, [62]) qui sont plus récentes et bien plus abouties ont été employées.

Pour simuler les parois PEC, l'onde incidente doit être totalement réfléchie. Pour cela le formalisme suivant est utilisé :

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E} = \mathbf{0} \\ \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0, \end{cases} \quad (1.2.29)$$

où \hat{n} est le vecteur unitaire normal à la surface considérée.

1.2.3 Gorf3D

Gorf3D est un logiciel de simulation électromagnétique permettant de traiter des problèmes tridimensionnels de couplages électromagnétiques avec des structures de forme et de composition complexes. Son développement est issu d'une collaboration entre le GERAC (Groupe d'Etude et de Recherche Appliquée à la Compatibilité électromagnétique) et le CEA-Gramat.

Le programme est basé sur la résolution des équations de Maxwell dans le domaine temporel grâce à la méthode des différences finies (FDTD). Il permet la prise en compte des éléments suivants :

- structures métalliques,
- structures composites isotropes et anisotropes,
- structures filaires, isolées ou non, et de directions quelconques,
- sol parfait ou non parfaitement conducteur,
- phénomènes non linéaires (claquage, ...),
- agressions rayonnées et/ou conduites,
- voies de pénétration à l'intérieur d'une structure.

Une fois les simulations effectuées, le logiciel donne la possibilité d'exploiter les résultats de différentes façons :

- champs électromagnétiques en espace libre à n'importe quel endroit du volume de calcul,
- champs électromagnétiques à la surface d'une structure métallique,
- courants et tensions à n'importe quel endroit d'un fil,
- cartographie des champs sur une coupe du maillage,
- cartographie des champs surfaciques à un instant donné.

Gorf3D se révèle en pratique très efficace en terme de temps CPU. Il supporte de plus le calcul parallèle et permet donc l'exécution d'un code sur plusieurs processeurs en partitionnant le domaine d'étude.

D'autre part, le lancement des cas de calcul peut s'effectuer via le terminal (la figure 1.15 montre un exemple d'interface pour l'exécution d'un calcul).

Cela permet en particulier l'utilisation de scripts pour l'automatisation des lancements des codes de calcul, ce qui se révèle spécialement intéressant pour du Monte Carlo (voir paragraphe 2.3.1).

```

basile@basile-Precision-WorkStation-T3500:~/Gorf/don$ Gorf -d Bazooka/Etape1_Vrai_Fils_NouvRedac_2

-e          000  000 0000 00000
-e          0  0  0  0  0
-e          0 00 0 0 0000 0000
-e          0 0 0 0 0 0
-e          000 000 0 0 0

Cas de calcul : Bazooka/Etape1_Vrai_Fils_NouvRedac_2

-e Version utilisée : /home/basile/Gorf/V8R5_mono/exe/LINUX64//gorf
Initialisation
FIC_MOTSCLES_GORF
/home/basile/Gorf/V8R5_mono/fichiers/mots_cles

meilleure decoupe :          1 x          1 x          1
Boucle temporelle sur processeur 1/ 1

```

Figure 1.15 – Capture d’écran du terminal qui permet de lancer Gorf3D

1.2.4 CST Microwave Studio

CST Microwave Studio ® (CST MWS, [63]) est un outil commercial de simulation 3D en électromagnétisme qui prend en compte une grande plage de fréquence. CST MWS ® fait partie de la suite logiciel CST Design Studio ® et offre la possibilité d’utiliser plusieurs solveurs différents afin de traiter des problèmes variés. Après la modélisation des objets, une procédure de maillage automatique est appliquée.

Dans ces travaux nous avons eu recours au « transient solver » qui utilise la méthode FIT (Finite Integration Technique). Il permet de résoudre les cas en temporel, comme le RT. Le RT en fréquentiel existe mais son utilisation en temporel est plus naturelle et plus efficace. La figure 1.16 montre l’interface utilisateur de CST MWS ® avec des exemples de géométries considérées.

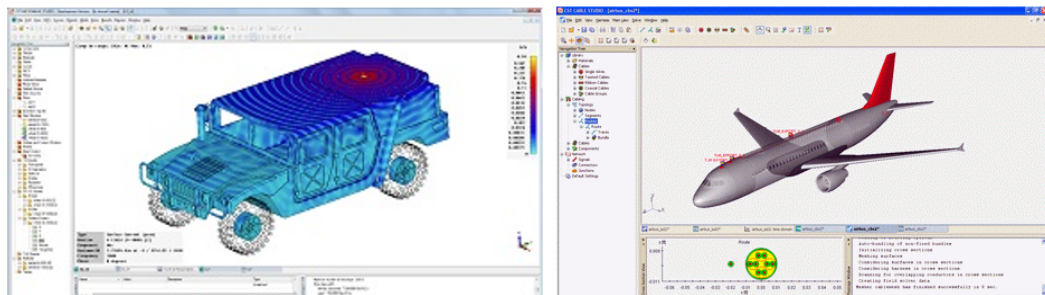


Figure 1.16 – Illustration de l’interface de CST MWS ®

D’autre part, ce logiciel supporte l’exécution de ses différentes commandes via le langage Visual Basic ©. Cela nous a permis une certaine automatisation

de la création des nombreuses géométries de calculs nécessaires à nos études (voir annexe C). L'exécution séquentielle de ces calculs a pu ensuite se dérouler grâce au « Job Center » intégré à la suite logicielle.

1.3 Description du cas final

La finalité de nos recherches a été de pouvoir prendre en compte les instationnarités du processus de RT sur un modèle complexe. Dans ce but, un système important mettant en jeu le RT dans un environnement CEM a été construit. Un caisson métallique muni d'une ouverture est positionné à l'intérieur de la chambre réverbérante de l'Institut Pascal de Clermont-Ferrand. L'ensemble a été modélisé (figure 1.17) et différents cas d'études ont pu être formalisés suivant les nombres et types d'aléas considérés pour influencer le RT.

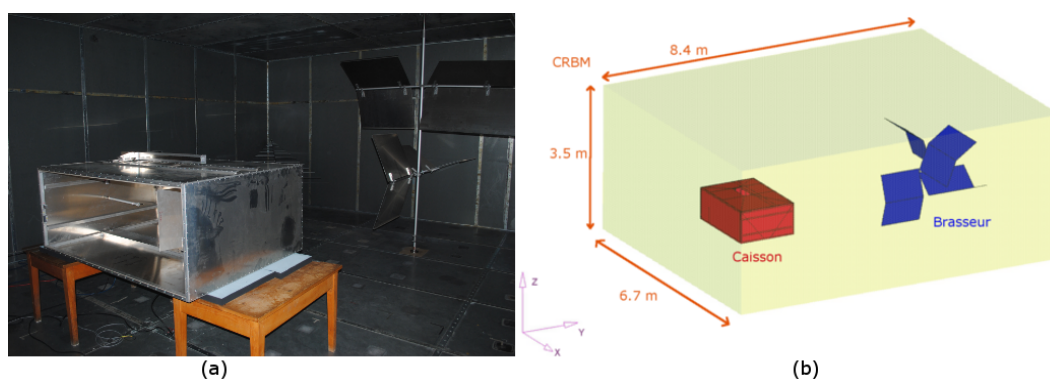


Figure 1.17 – Modélisation du cas d'études. (a) : Photographie de la chambre réverbérante de l'Institut Pascal avec le caisson métallique à l'intérieur. (b) : Modélisation sous Hypermesh © du dispositif

Ce caisson a été construit à l'origine pour le projet REI PRINCE ([17], acronyme de PRise en compte de l'INcertain pour les Couplages Électromagnétiques) lors d'une précédente collaboration entre le CEA-Gramat et l'Institut Pascal. Ce projet avait pour objectif de mettre en œuvre une méthode originale pour la prise en compte de l'incertain dans les simulations en électromagnétisme. Ce projet avait validé l'usage de la méthode de collocation Stochastique (CS) expérimentalement. Plusieurs aléas avaient pu être pris en compte :

- Une cloison interne mobile,
- Une ouverture de taille variable,
- La position d'un cône absorbant (les ondes électromagnétiques),
- La rotation d'un brasseur interne.

Une vision schématique de ces aléas est visible sur la figure 1.18.

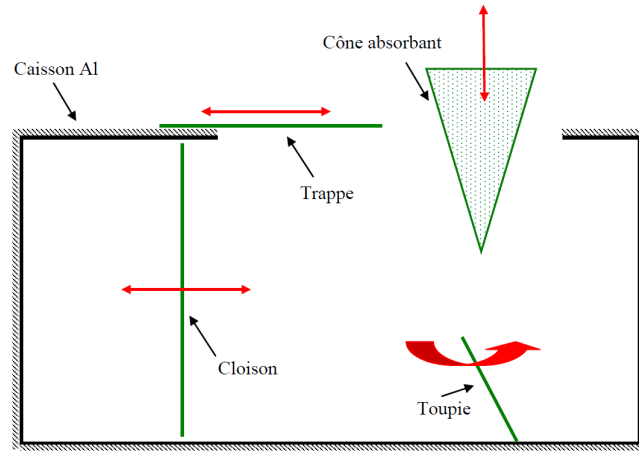


Figure 1.18 – Schéma du caisson avec les aléas associés. Les éléments mobiles sont représentés en vert, les mouvements sont illustrés en rouge.

Afin de quantifier les impacts d'incertitudes sur ces cas de RT, plusieurs difficultés ont dû être surmontées. En premier lieu la dimension du problème a engendré des temps de calculs longs, sans parler de la grande quantité de mémoire nécessaire et de la taille des fichiers de résultats. Pour réaliser les simulations de ces cas de calculs imposants, des solveurs efficaces, à savoir les logiciels Gorf3D et CST MWS[®], ont été mis à contribution.

Ensuite, pour notre problématique de RT, nous souhaitons considérer environ une dizaine d'entrées aléatoires (éléments métalliques mobiles, modifications de dimensions) pour chacun des cas envisagés. La figure 1.19 illustre un exemple d'aléas traités.

La méthode de CS n'étant alors pas applicable directement (limitée par le nombre de VA, comme expliqué au paragraphe 2.3.2), une première phase d'Analyse de Sensibilité (AS) a alors été mise en place. Celle-ci a fait ressortir les VA prédominantes, pour ensuite pouvoir utiliser la méthode de CS de manière efficace et acquérir une estimation des impacts des aléas sur le processus de RT.

Enfin, le nombre important de réalisations à effectuer a conduit à créer des automatisations des processus de création, de lancement et de post-traitement des simulations.

Les détails et résultats obtenus sont présentés au paragraphe 4.4.

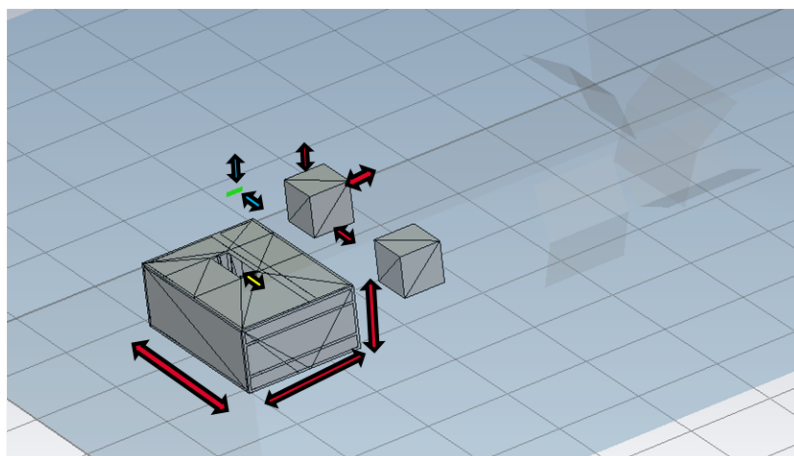


Figure 1.19 – Illustration des aléas s’appliquant sur un des cas de RT traité

Dans ce chapitre, le contexte et les attentes industrielles des études menées ont été décrits. Le domaine de la CEM, ses liens avec le RT, les recherches en cours dans ce domaine ainsi que les partenariats du CEA, et du site de Gramat en particulier, avec la recherche industrielle ont pu être détaillés.

Ensuite les équations de Maxwell sous forme différentielle ont été présentées. Celle-ci sera utilisée dans tous les codes de calculs des problèmes mettant en jeu des champs électromagnétiques lors des chapitres ultérieurs. Les outils numériques, comme la méthode FDTD, qui sera mise en place dans la plupart des solveurs numériques employés pour les applications dans la suite de ce manuscrit, ont aussi été formulés.

Enfin, le cas de calcul qui constitue la finalité de ces études de thèse a été défini. Celui-ci traite d'incertitudes sur un problème de RT. Ces deux notions principales feront l'objet d'explications détaillées lors du chapitre suivant.

Chapitre 2

Fondements théoriques

Sommaire

2.1	Retournement Temporel	35
2.1.1	Mise en œuvre du RT pour les ondes électromagnétiques	36
2.1.2	Contraintes du RT	38
2.1.3	Propriétés du RT	40
2.2	Incertitudes	43
2.2.1	Quelques rappels de probabilités [73]	45
2.2.2	Méthodologie générale de prise en compte des incertitudes	47
2.3	Méthodes statistiques	52
2.3.1	Monte Carlo (MC)	52
2.3.2	Collocation Stochastique (CS)	53
2.4	Analyse de sensibilité	65
2.4.1	Préambule	65
2.4.2	Méthodes qualitatives / méthodes quantitatives	66
2.4.3	Méthode de Morris	67
2.4.4	Indices de Sobol	68
2.4.5	Métamodèles	73
2.5	Démarche de prise en compte de l'incertain en RT	74

Ces travaux de thèse s'appuient sur un existant théorique solide et dual : on s'intéresse aux fondements du procédé de RT ainsi qu'aux bases régissant la prise en compte des incertitudes. Les techniques de prise en compte des incertitudes qui, à partir d'un environnement riche et de théories ayant fait leur preuves, bénéficient depuis quelques années de la puissance accrue de l'informatique. D'autres méthodes comme le Retournement Temporel (RT) sont plus récentes. En particulier, son application en électromagnétisme ne s'est faite que depuis quelques années. Cette technique appartient à un domaine très actif car les applications qui en découlent potentiellement sont nombreuses, comme nous l'avons vu dans le chapitre 1.

Dans cette partie seront donc évoqués les fondements théoriques sur lesquels se basent ces travaux de thèse avec, dans un premier temps, une section consacrée au RT ; son principe, ses propriétés, certaines de ces applications seront exposés. Une deuxième partie sera consacrée aux incertitudes et à la manière de les prendre en compte dans nos études. La méthodologie classique pour tenir compte des incertitudes sera détaillée. Quelques méthodes statistiques seront présentées dans une troisième partie dédiée aux techniques « d'échantillonnage » Monte Carlo (MC) et Collocation Stochastique (CS). La quatrième section montrera quelques techniques d'analyse de sensibilité qui ont été utilisées dans ce travail de thèse. Leur principe et la manière de les appliquer sur nos problèmes seront exposés. Enfin, notre démarche de prise en compte de l'incertain dans les problèmes de RT sera présentée.

2.1 Retournement Temporel

Il est connu de longue date qu'un certain nombre d'équations de la physique sont réversibles par rapport au temps. En théorie, les phénomènes physiques associés peuvent aussi être « retournés temporellement ». C'est en particulier le cas des équations de la mécanique qui régissent le comportement des particules et des équations de propagation des ondes, qui sont invariantes par renversement du temps (changement de t en $-t$).

Pour illustrer cette idée, on peut considérer l'exemple d'une partie de billard qui serait filmée. En stoppant le film à un instant donné, les boules sont dans des positions données. Renverser le temps correspond à visionner le film à l'envers à partir de ce point d'arrêt. Il suffirait donc en théorie, d'enregistrer la position et la vitesse de chaque boule et de leur appliquer des vitesses opposées à celles les animant à l'instant d'interruption pour faire repartir la partie à l'envers. Même en l'absence de frottements, le billard est ce que l'on peut appeler un problème chaotique. Les trajectoires sont extrêmement sensibles aux conditions initiales. En pratique, les frottements ajoutent des dérivés d'ordre impair dans l'équation de mouvement, ce qui rompt l'invariance par retournement du temps. De plus, des variations minimales des conditions initiales engendrent des modifications exponentielles des trajectoires. Une infime modification d'impulsion lors du processus empêche donc la boule de revenir à sa position initiale.

En revanche, le phénomène est possible pour des ondes car la quantité d'informations nécessaires pour décrire de façon complète un champ ondulatoire est relativement faible et les ondes sont moins sensibles aux conditions initiales. Toutefois, le procédé que l'on nomme par abus de langage « Retournement Temporel » n'a pu être mis en œuvre expérimentalement que récemment avec l'apparition des transducteurs. Le Retournement Temporel (RT) a été développé dans le domaine de l'acoustique par l'équipe de M. Fink [64] au début des années 90. Il a ensuite été transposé à l'électromagnétisme par G. Lerosey [65]. Ce procédé a fait l'objet d'une grande quantité d'études dans des domaines de recherche variés (voir paragraphe 1.1).

Le RT des ondes permet donc à une onde de retourner vers sa source initiale : sources primaires ou secondaires, i.e. objets diffractants. Ce procédé s'effectue classiquement en deux étapes et se base sur l'émission d'une onde (étape 1) puis la réémission (étape 2) selon une chronologie temporelle inversée des signaux reçus par des antennes (similaire au principe de la « pile » en informatique, « dernier arrivé, premier sorti »). Cette retransmission a lieu à partir des endroits de réception et se révèle possible grâce à l'invariance par rapport au temps de l'équation des ondes dans un milieu stationnaire (constant au cours du temps) et sans pertes (dissipations notamment).

Le RT possède des propriétés très intéressantes [66], notamment la refocalisation du champ en temps et en espace. La figure 2.1 montre, sur un exemple simple, les signaux envoyés et reçus au cours du processus.

Le principe du RT, ses contraintes et ses propriétés vont être détaillés dans

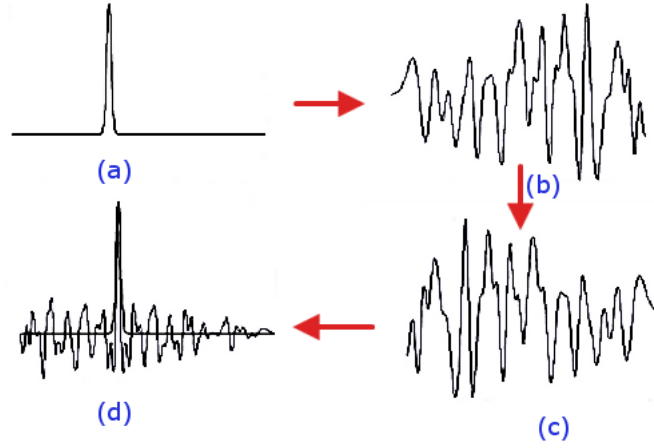


Figure 2.1 – Schéma simplifié des signaux envoyés et reçus au cours du RT : (a) Signal émis par la source initiale, (b) signal reçu par un récepteur, (c) signal réémis à partir de la position de ce même récepteur, (d) signal reçu au point source initial

la suite.

2.1.1 Mise en œuvre du RT pour les ondes électromagnétiques

Dans un milieu sans pertes, les champs électrique et magnétique vérifient l'équation d'onde suivante :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \Delta \Phi, \quad (2.1.1)$$

où $\Phi = \Phi(\mathbf{M}, t)$ représente le champ (électrique ou magnétique) et c est la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu considéré.

Du fait de l'absence de dérivée première dans la précédente équation, $\Phi(\mathbf{M}, -t)$ est aussi solution. Ainsi, si l'on dispose d'un solveur des équations de Maxwell, des conditions de bords et des valeurs des champs $[\mathbf{E}^0, \mathbf{H}^0]^T$ au temps t_0 initial (et au point source), il est possible de calculer la valeur des champs au temps $t_n = n \times \delta t$, $[\mathbf{E}^n, \mathbf{H}^n]^T$ en tout point du domaine Ω (δt étant le pas de discrétisation temporel). Dans une seconde étape, en considérant comme champs initiaux $[\mathbf{E}^n, \mathbf{H}^n]^T$ (en tout points de l'espace) et en changeant t en $-t$ dans les équations de Maxwell, on peut aboutir à $[\mathbf{E}^0, \mathbf{H}^0]^T$ en suivant le processus inverse. Toutes les valeurs des champs aux temps intermédiaires t_i , $1 \leq i \leq n$, $[E^i, H^i]^T$ sont elles aussi accessibles.

En pratique il est seulement possible de stocker le champ en un nombre fini de points $\{x_j\}_{1 \leq j \leq p}$, ce qui conduit indubitablement à une perte d'information. Cependant, une amélioration significative peut être apportée en enregistrant aux points $\{x_j\}_{1 \leq j \leq p}$ le champs pendant toute la durée de l'expérimentation au lieu

de considérer uniquement l'instant t_n . De plus, le nombre restreint de points de réception nous conduit à les positionner astucieusement : sur une surface fermée entourant la source (principe de Huygens présenté dans la suite au paragraphe 2.1.2).

Pour détailler ce processus, considérons une version semi-discrète des équations de Maxwell dans un milieu sans perte à l'aide d'un schéma d'Euler explicite pour la discrétisation en temps et pour $\mathbf{M} \in \Omega$:

$$\mathbf{E}^{i+1} = \mathbf{E}^i + \frac{\delta t}{\epsilon} \nabla \times \mathbf{H}^i, \quad (2.1.2)$$

$$\mathbf{H}^{i+1} = \mathbf{H}^i - \frac{\delta t}{\mu} \nabla \times \mathbf{E}^i, \quad (2.1.3)$$

avec ϵ , la permittivité diélectrique du milieu et μ la perméabilité magnétique du milieu.

Pour réaliser la première étape du RT, on résout les équations précédentes de manière itérative avec comme condition initiale les champs $[\mathbf{E}^0, \mathbf{H}^0]^T$. Pour la seconde étape, on procède de façon inverse avec cette fois les équations de Maxwell semi-discrètes qui suivent un schéma d'Euler implicite pour la discrétisation en temps. Pour tout $\mathbf{M} \in \Omega$ et en transformant t en $-t$ on a donc :

$$\mathbf{E}^i = \mathbf{E}^{i+1} - \frac{\delta t}{\epsilon} \nabla \times \mathbf{H}^i \quad (2.1.4)$$

$$\mathbf{H}^i = \mathbf{H}^{i+1} + \frac{\delta t}{\mu} \nabla \times \mathbf{E}^i \quad (2.1.5)$$

En pratique, inverser le temps lors de la seconde phase du RT est impossible. Par contre on peut remarquer que remplacer t par $-t$ est équivalent à changer \mathbf{H} en $-\mathbf{H}$. Ceci s'illustre mieux en écrivant les versions continues des équations 2.1.4 et 2.1.5 et en considérant les conditions de bord de 1.2.29.

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial(-t)} = \frac{1}{\epsilon} \nabla \times \mathbf{H} \quad (2.1.6)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial(-t)} = -\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{E} \quad (2.1.7)$$

Ces équations peuvent se réécrire :

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \nabla \times (-\mathbf{H}) \quad (2.1.8)$$

$$\frac{\partial(-\mathbf{H})}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{E} \quad (2.1.9)$$

On retrouve le schéma explicite précédent avec simplement \mathbf{H} remplacé par $-\mathbf{H}$. Expérimentalement, ce schéma explicite sera utilisé pour réaliser le RT.

L'apparente simplicité théorique du processus de RT ne se traduit pas aussi facilement en pratique. En effet, certaines contraintes physiques doivent être surmontées pour réaliser efficacement des expériences ou des simulations de RT.

2.1.2 Contraintes du RT

Comme expliqué au paragraphe précédent, il est impossible d'enregistrer expérimentalement les champs $[E^n, H^n]^T$ en tout point du domaine Ω car on ne peut pas placer des capteurs partout. Théoriquement, selon le principe de Huygens (voir annexe A) il suffirait, lors de la première étape, d'enregistrer les champs sur une surface $\partial\Omega$ (appelée Cavité à RT ou CRT) entourant la source initiale. Ce principe s'énonce de la façon suivante : « Le champ électromagnétique en n'importe quel point du domaine peut être calculé à partir de la connaissance des champs sur une surface fermée comprenant les sources dans le volume qu'elle définit ». Ceci peut s'illustrer sur la figure 2.2

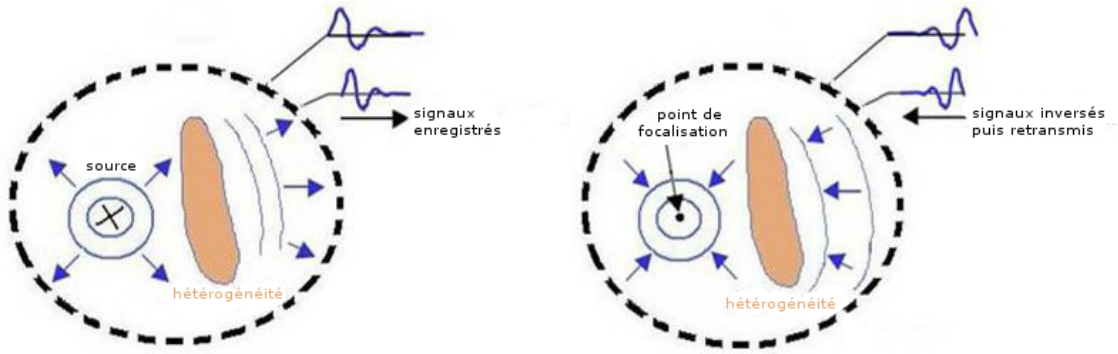


Figure 2.2 – Les deux étapes du RT dans une cavité : à gauche, lors de la 1^{re} étape, la source émet un signal qui se propage et est enregistré au cours du temps par des récepteurs ; à droite, lors de la 2^e étape, les signaux sont inversés par rapport au temps puis injectés à partir de leur endroit de réception. L'onde se refocalise au point source initial

Malheureusement il est aussi inabordable concrètement d'entourer la source de la première phase de façon continue avec une infinité de récepteurs. C'est pourquoi les expérimentateurs ont recours à ce que l'on appelle un Miroir à RT (MRT).

Le Miroir à RT

Un MRT ([67]) est simplement un réseau de capteurs d'ouverture limitée comme illustré sur la figure 2.3. Le processus de RT a lieu de la même manière qu'avec une CRT mais dans l'étape de réémission, seule une partie de l'onde est retournée, ce qui entraîne une perte d'information et une dégradation de la qualité de focalisation.

Cette altération peut être partiellement compensée par les propriétés réverbérantes du milieu et en particulier par l'ergodicité.

Ergodicité du milieu

L'ergodicité peut se définir pour les cas qui nous intéressent par l'équivalence

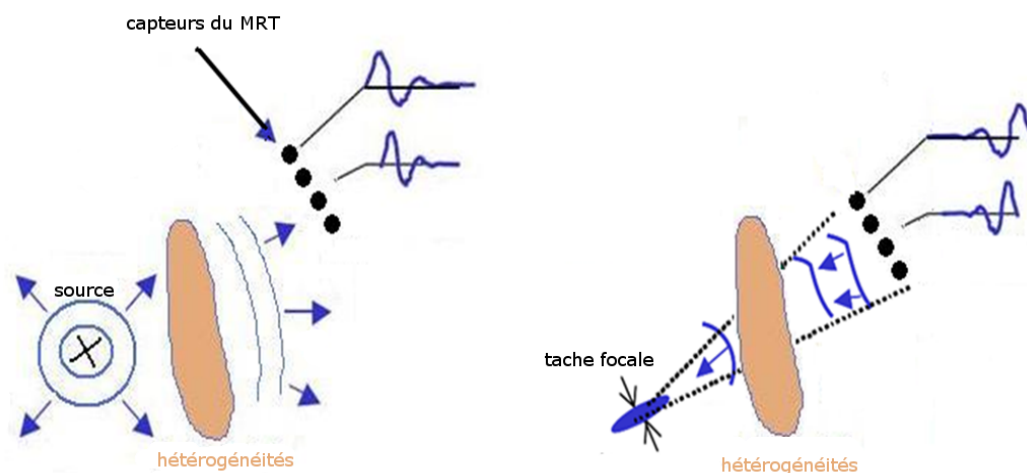


Figure 2.3 – Principe du MRT (figure d'après [67])

entre décalage spatial et temporel dans la réception d'une onde. Ainsi dans une cavité réverbérante le signal qui ne sera pas reçu par un chemin direct le sera grâce aux multiples réflexions sur les parois (voir Figure 2.4). L'information sera décalée dans le temps mais un récepteur captera ainsi beaucoup plus d'informations dans un milieu réverbérant que s'il était positionné en espace libre.

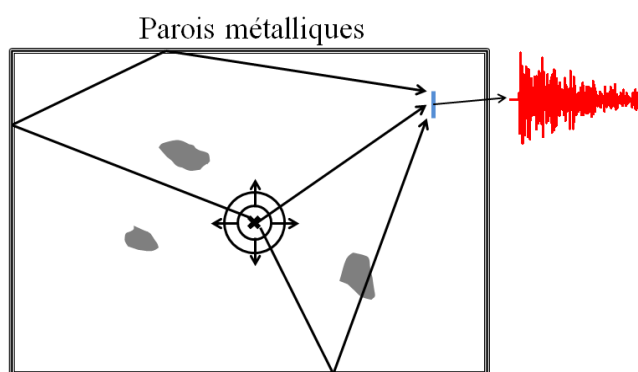


Figure 2.4 – Illustration de la propriété d'ergodicité (figure d'après [22])

Cette propriété permet de s'affranchir du problème du positionnement et du nombre de capteurs nécessaires. Elle met en exergue l'intérêt des chambres réverbérantes [22] (à brassage de mode par exemple) et des milieux diffractants en général pour les expériences de RT en électromagnétisme. Dans cette optique des études ont été menées sur l'impact de l'ajout d'éléments diffractants dans un milieu sur les résultats du RT ([9, 68]).

Cependant, pour bénéficier pleinement de l'ergodicité, il faut que l'expérience de RT puisse dépasser une certaine durée appelée temps d'Heisenberg [22] (stabilisation du rapport signal sur bruit, voir paragraphe 2.1.3.4). Ce temps est souvent long et sera rarement atteint dans nos études. De plus, la propriété d'ergodicité ne compense pas les variations (de positions ou d'autres paramètres) entre les étapes du RT.

2.1.3 Propriétés du RT

L'attrait suscité par le RT est lié à ses propriétés très intéressantes.

2.1.3.1 Focalisation spatiale

Lors de la seconde phase du RT, le signal issu d'une source ponctuelle va former une onde convergente vers le lieu d'émission de la première étape. À un certain moment (temps de focalisation) une partie de l'onde commence à diverger, alors qu'une autre est toujours en train de converger. L'interférence de ces deux ondes va provoquer une concentration spatiale momentanée du champ en un pic principal entouré d'oscillations (figure 2.5). C'est ce que l'on appelle la « tache focale » (figure 2.6). Sa dimension est liée à la nature du signal source de départ, et ne peut théoriquement pas être plus petite que $\lambda/2$ (limite de diffraction).

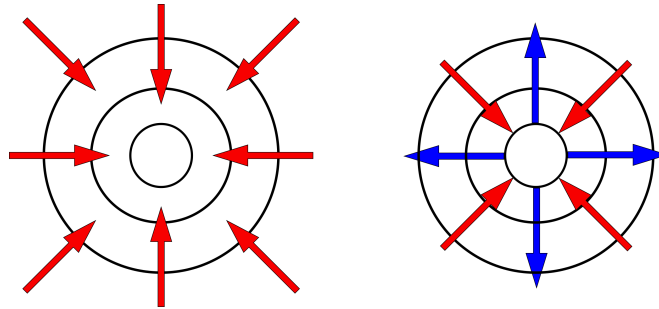


Figure 2.5 – Illustration du phénomène de focalisation. À gauche : convergence des ondes vers le point source ; à droite : interférence des ondes convergentes et divergentes qui provoque le pic de focalisation

Pourtant, il est possible d'aller plus loin dans la précision et dépasser la limite de diffraction. Des travaux ont démontré la capacité d'un MRT à focaliser au delà de $\lambda/2$ ([69]). Des conditions sont nécessaires : les antennes doivent être fortement couplées et l'impédance de charge des antennes doit vérifier une condition particulière liée à la courbe de dispersion du réseau d'antennes. Une focalisation « sub-longueur d'onde » est alors obtenue grâce à l'excitation de périodes spatiales plus petites que la longueur d'onde.

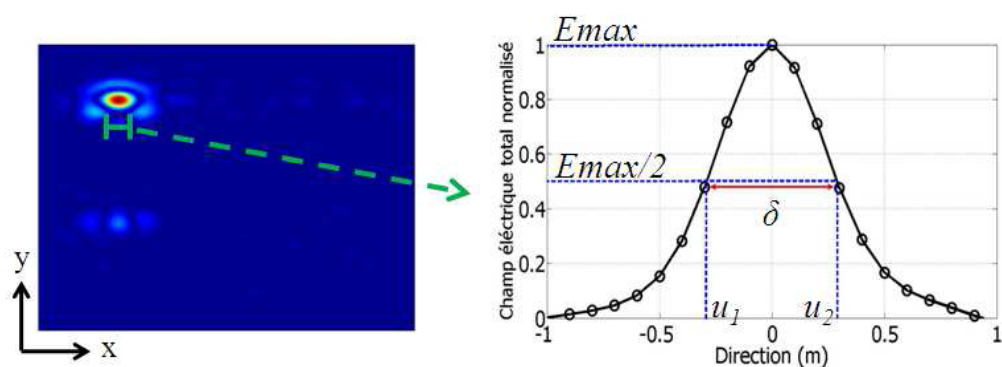


Figure 2.6 – Illustration d'une tache focale, image tirée de [22]

L'obtention d'une tache focale la plus petite possible donne lieu à de nombreuses applications, que ce soit pour concentrer du champ en un point très précis (Bazooka, [11]), destruction de cellules cancéreuses ([53]), ou pour des télécommunications discrètes ([8], [9]) par exemple.

2.1.3.2 Focalisation temporelle

Lors de la seconde phase du RT, l'onde va mettre le même temps pour parcourir le chemin retour que pour aller de la source aux récepteurs. Donc si le signal envoyé au départ est une impulsion, gaussienne ou gaussienne modulée, cette forme générale sera conservée sur le signal reçu en fin de RT. Néanmoins, les caractéristiques propres de l'expérience de RT (bande de fréquence excitée, dimensions du domaine d'étude) influencent les données (complétude, rapport signal sur bruit,...) du signal reconstruit [22]. Cela peut s'illustrer sur la figure 2.7.

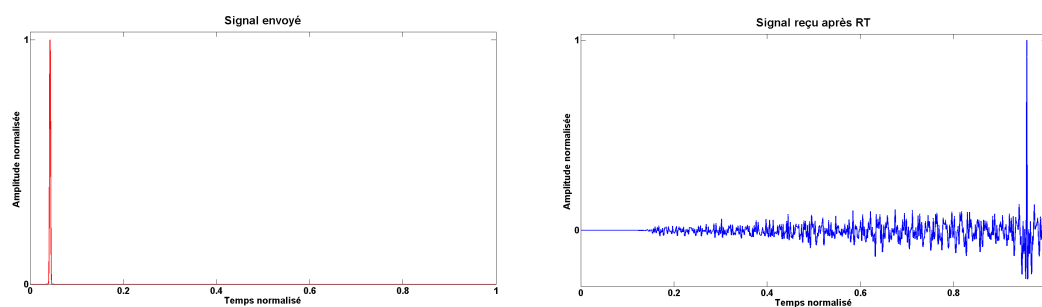


Figure 2.7 – Illustration de la focalisation temporelle

2.1.3.3 Stabilité statistique

Une troisième propriété du RT est la stabilité statistique. En milieu aléatoire, la forme de l'impulsion refocalisée par RT va dépendre seulement des propriétés statistiques du milieu (si celui-ci reste fixe entre les étapes). En effet des travaux ([70]) ont montré que l'onde refocalisée ne dépend statistiquement pas de la réalisation particulière du milieu de propagation.

2.1.3.4 Critères de focalisation

Afin de pouvoir quantifier et caractériser les signaux reçus après RT, plusieurs critères peuvent être définis. Ces critères sont souvent des mesures relatives et comparables seulement sur des cas similaires. Dans les explications suivantes, nous considérons le champ électrique E .

- **Amplitude du pic de focalisation**

Un premier critère consiste à regarder l'amplitude du pic de focalisation en temps après RT, E_{max} .

- **Tache focale**

Cette mesure traduit la propriété de focalisation spatiale du RT. On peut la décrire en dimension deux comme la distance sur x et y pour laquelle le champ E au temps de focalisation est compris entre E_{max} et $E_{max}/2$ (figure 2.6).

- **Rapport Signal sur Bruit**

Le rapport signal sur bruit (SSB) peut se définir comme le rapport du carré de l'amplitude du pic de focalisation sur le carré du champ pour le temps total de la simulation en dehors de la durée du signal utile noté τ_u .

$$SSB = \frac{E_{max}^2}{moy(E^2)_{(t \notin \tau_u)}}. \quad (2.1.10)$$

On note ici *moy* pour la moyenne.

De manière équivalente on peut calculer un rapport signal sur bruit spatial en prenant le rapport entre le carré de l'amplitude du pic de focalisation (donc au point de focalisation noté M_0) sur le carré du champ sur le reste du domaine.

$$SSB_{spatial} = \frac{E_{max}^2}{moy(E^2)_{(M \neq M_0)}}. \quad (2.1.11)$$

- **Rapport Signal sur Bruit simplifié**

Un moyen plus simple que la relation 2.1.10 pour obtenir une idée du rapport signal sur bruit temporel et de choisir d'utiliser le rapport entre l'amplitude de focalisation et la moyenne du signal reçu tout au long de la seconde étape, le tout en valeur absolue :

$$SSB_{simp} = \frac{|E_{max}|}{moy(|E|)}. \quad (2.1.12)$$

- **Temps de focalisation**

Des modifications dans le milieu peuvent avoir un effet sur la focalisation spatiale. Cela peut se traduire par un décalage temporel de la focalisation. L'ampleur de ce décalage par rapport à la valeur attendue dans un cas sans aléa est une autre façon de quantifier l'impact de variations entre les étapes du RT sur le bon fonctionnement de ce dernier.

D'autres critères qui ne sont pas détaillés ici existent et sont utilisés dans des travaux sur le RT ([66]). On peut mentionner par exemple l'étalement des retards (ou « delay spread » en anglais) utilisé dans [71].

Divers paramètres peuvent influencer ces observables. On peut citer la longueur d'onde ou la dimension du MRT qui jouent sur la taille de la tâche focale, ou encore les différents types d'antennes qui auront une influence sur les signaux enregistrés et réémis.

Ces paramètres sont supposés parfaitement connus. Ce n'est pourtant que rarement le cas, les mesures, les paramètres sont souvent entachés d'incertitudes, ce qui peut impacter plus ou moins fortement les résultats.

2.2 Incertitudes

Avec la généralisation des travaux de R&D à partir de modèles numériques (en remplacement d'essais ou d'expériences qui sont des pratiques pouvant être coûteuses, dangereuses, voire impossibles), la prise en compte des incertitudes est devenue depuis quelques années une problématique majeure du monde industriel [72]. En effet, de nombreux aléas peuvent affecter à la fois les données et les modèles eux-mêmes. D'un point de vue industriel, les prises de décisions doivent se baser sur des résultats quantitatifs. Des incertitudes peuvent apparaître à chaque maillon de la chaîne de modélisation :

- La création d'un modèle physique à partir d'un phénomène physique induit des incertitudes de modèle dues aux hypothèses simplificatrices choisies.
- La transformation du modèle physique en modèle numérique entraîne la création d'incertitudes numériques.
- Les données d'entrée peuvent être aléatoires (incertitudes stochastiques).
- Les paramètres du modèle peuvent souffrir d'un manque de connaissance. On parle alors d'incertitudes épistémiques.

La volonté de prise en compte de l'incertain peut être liée à différents buts. En voici quelques exemples.

- Modélisation

- Améliorer le modèle.
- Explorer au mieux les différentes combinaisons d'entrées.
- Identifier les entrées prépondérantes (afin de prioriser la R&D).
- Validation
 - Réduire l'incertitude de prédiction.
 - Calibrer les paramètres du modèle.
- Étude de sûreté
 - Calculer un risque de défaillance.
- Étude de conception
 - Optimiser les performances d'un système.

Incertitudes sur le RT

De nombreuses variations peuvent impacter le procédé de RT, on peut citer notamment :

- Géométries
 - Déplacement des éléments présents
 - Modification de géométries
- Propriétés électriques
 - Équipements
 - Milieu de propagation
- Conditions de mesures
 - Aléas dus à la répétabilité
 - Position des sources ou des récepteurs

Ces différentes variations peuvent être traitées comme des incertitudes afin d'être comptabilisées dans une étude d'incertain. De plus, si ces changements ont lieu entre les deux étapes du RT, ils peuvent avoir des effets majeurs sur les résultats du procédé (comme nous l'avons montré au paragraphe 1.1). La prise en considération des incertitudes dans ce contexte est un problème important car les limites de fonctionnement du RT peuvent être déterminées. Il est aussi possible de quantifier les impacts sur la qualité de focalisation, les retards engendrés.

2.2.1 Quelques rappels de probabilités [73]

Avant de se lancer dans le développement des méthodes de prise en compte des incertitudes, il est nécessaire de rappeler quelques notions de bases de la théorie des probabilités. Cette section n'a pas pour vocation d'être exhaustive mais de présenter les outils dont il est question dans la suite et qui pour certains ont été utilisés dans ces travaux.

2.2.1.1 Probabilités

Le but des probabilités est de modéliser une expérience aléatoire (lancer d'une pièce, d'un dé, etc.). On définit dans un premier temps Ω : l'ensemble de toutes les réalisations possibles, puis $\mathcal{A} \subset \Omega$ un ensemble d'évènements. On appelle probabilité \mathbb{P} une fonction de \mathcal{A} dans $[0, 1]$ telle que :

- $\mathbb{P}(\Omega) = 1$,
- Si $(A_j)_{j \geq 1}$ est une famille dénombrable d'ensembles disjoints de \mathcal{A} alors $\mathbb{P}(\cup_j A_j) = \sum_j \mathbb{P}(A_j)$.

Intuitivement si on prend l'exemple du lancer d'une pièce de monnaie, la probabilité d'obtenir « Face » est la limite quand le nombre de lancer tend vers l'infini de la proportion entre le nombre de résultats « Face » et le nombre total de lancers. On voit directement que cette limite se stabilise vers la valeur $1/2$.

Probabilité conditionnelle

La probabilité d'un évènement A conditionnellement à un évènement B , que l'on note $\mathbb{P}(A|B)$ se définit pour $\mathbb{P}(B) > 0$ par :

$$\mathbb{P}(A|B) := \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}. \quad (2.2.1)$$

C'est la probabilité que l'évènement A se produise sachant que B s'est réalisé.

Formule de Bayes

Pour tous évènements A et B tels que $\mathbb{P}(A) > 0$ et $\mathbb{P}(B) > 0$ on a la propriété suivante :

$$\mathbb{P}(B|A) = \frac{\mathbb{P}(A|B)\mathbb{P}(B)}{\mathbb{P}(A)}. \quad (2.2.2)$$

Formule des probabilités totales

Pour tous évènements A et B avec $0 < \mathbb{P}(B) < 1$:

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A|B)\mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(A|B^c)\mathbb{P}(B^c), \quad (2.2.3)$$

avec B^c , le complémentaire de B .

Indépendance

Deux évènements A et B sont indépendants si et seulement si $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$. On a alors $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A)$ et $\mathbb{P}(B|A) = \mathbb{P}(B)$.

2.2.1.2 Variable aléatoire

Une variable aléatoire X est une application $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ qui associe à un évènement ω de Ω un nombre $X(\omega)$ appelé réalisation de la variable aléatoire X . Dans la suite, on utilisera souvent l'acronyme VA pour désigner une variable aléatoire.

Fonction de répartition

La loi d'une variable aléatoire X se caractérise par sa fonction de répartition F_X :

$$\begin{aligned} F_X : \mathbb{R} &\rightarrow [0, 1] \\ x &\mapsto F_X(x) = \mathbb{P}(X \leq x). \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

F_X est croissante et continue à droite.

Densité de probabilité

La loi d'une variable aléatoire X continue est caractérisée par sa densité p_X :

$$\mathbb{P}(X \in [a, b]) = \int_a^b p_X(x) dx. \quad (2.2.5)$$

On a aussi :

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x p_X(t) dt. \quad (2.2.6)$$

Moments statistiques

Les moments statistiques se définissent grâce à la densité de probabilité de la façon suivante (seules l'espérance et la variance sont présentées ici) :

- **Espérance**

L'espérance d'une variable aléatoire X de densité p_X s'écrit :

$$\mathbb{E}[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x p_X(x) dx. \quad (2.2.7)$$

L'espérance d'une fonction $f(X)$ est :

$$\mathbb{E}[f(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) p_X(x) dx. \quad (2.2.8)$$

- **Variance**

De la même manière, la variance, qui mesure la dispersion d'une variable

autour de sa moyenne se définit comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}[X])^2] \\ &= \mathbb{E}[X^2] - \mathbb{E}[X]^2 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p_X(x) dx - \left(\int_{-\infty}^{\infty} x p_X(x) dx \right)^2. \end{aligned} \quad (2.2.9)$$

2.2.2 Méthodologie générale de prise en compte des incertitudes

Classiquement, une étude d'incertitude comporte quatre étapes.

1. La spécification du cas d'étude
2. La quantification des sources d'incertitudes
3. La propagation des incertitudes
4. Le classement des sources d'incertitudes

Même si cette succession d'étapes paraît séquentielle, les aller-retours entre phases sont courants, comme le montre la figure 2.8 suivante.

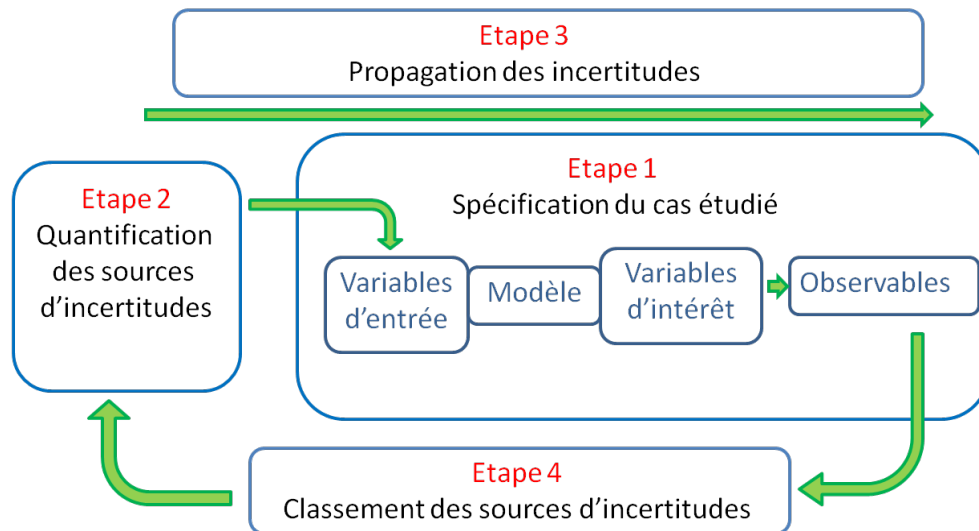


Figure 2.8 – Schéma des étapes classiques d'une étude d'incertitudes

2.2.2.1 Spécification du cas étudié

En premier lieu, il convient de définir le problème sur lequel on souhaite réaliser une étude d'incertitudes. Précisons quelques termes qui seront utilisés par la suite.

Variables d'intérêt, modèle et variables d'entrée

On appelle variable d'intérêt une variable de sortie sur laquelle on souhaite connaître l'incertitude. On note modèle une fonction mathématique qui permet de calculer des variables d'intérêt à partir de variables d'entrée (sur lesquelles des données sont accessibles). C'est l'enjeu industriel qui va dicter le choix de ce(s) variable(s) d'intérêt, ainsi que du modèle sur lequel l'utilisateur va se baser pour effectuer son étude.

On notera : $Y = f(X, A)$, avec $Y = (y_1, \dots, y_m)$ le vecteur des variables d'intérêt (les sorties). f représente le modèle, $X = (x_1, \dots, x_n)$ est le vecteur des variables d'entrée incertaines, $A = (a_1, \dots, a_n)$ est le vecteur des variables d'entrée considérées comme certaines. C'est aussi au cours de cette première étape qu'est définie la nature du critère portant sur les variables d'intérêt envisagées, cette définition conditionne le traitement des incertitudes. Il ne faut pas confondre variable d'intérêt et critère. Un critère se définit comme une fonction de la sortie (de la variable d'intérêt). Par exemple, si la variable d'intérêt d'un modèle est un signal reçu au cours du temps, un critère peut être le maximum du signal reçu, sa moyenne, un rapport signal sur bruit, ...

Critères : Que peut-on utiliser pour mesurer l'incertitude sur la sortie ?

Selon les enjeux décisionnels et les sources d'incertitudes, plusieurs types de critères peuvent être étudiés. On peut citer par exemple :

- Probabilité de dépassement de seuil.
- Quantile.
- Moyenne, variance.
- Incertitude absolue.
- Incertitude relative.
- Probabilité de défaillance (simple ou multiple).

Critère déterministe :

Dans un contexte déterministe, on veut pouvoir estimer un domaine dans lequel on est sûr de trouver la variable d'intérêt y_i . Cela nécessite seulement la connaissance des valeurs extrêmes des variables d'entrée. En cas de relation monotone entre variable d'intérêt et valeurs d'entrée la résolution est simple. En général l'analyse est plus complexe.

Critère probabiliste : probabilité de dépassement de seuil, probabilité de défaillance, quantile

Ce critère est employé pour les études de sûreté ([74]). Le vecteur Y est considéré comme un vecteur aléatoire. À chaque intervalle est associée une probabilité. La

meilleure mesure de l'incertitude en présence d'un vecteur aléatoire est la distribution de probabilité, qui peut être caractérisée par sa fonction de répartition F .

Critère probabiliste : la dispersion (calcul de la moyenne et de la variance)

Sauf cas particuliers, la moyenne et la variance ne suffisent pas pour calculer des probabilités de dépassement de seuil ou des quantiles, mais elles offrent une bonne indication sur l'incertitude. L'écart type normalisé par la moyenne est un bon indicateur de la dispersion de la variable d'intérêt y_i .

Critères spécifiques aux processus stochastiques

- Temps d'arrêt.

Déterminer l'instant où le processus stochastique $Y_i(t)$ atteint un domaine d'intérêt D_i .

- Durée maximale de dépassement de seuil.

Déterminer la durée maximale pendant laquelle le processus stochastique est au dessus (ou au dessous) d'un certain seuil.

Dans les applications industrielles de calcul d'incertitudes, il faut prioritairement :

- Être réaliste quant à l'information disponible et les contraintes du modèle. L'information sur certaines variables d'entrée peut être faible.
- Être cohérent avec ce qu'exigent les réglementations (normes).

On notera que le type de critère ou certaines hypothèses sur la description des incertitudes peuvent être imposés. Dans la pratique les paradigmes déterministes et probabilistes sont les plus utilisés. Ils peuvent être réunis dans une approche dite « mixte déterministe-probabiliste ». La partie déterministe apparaît alors comme un conditionnement du probabiliste. Les paradigmes possibilistes (dits aussi « extra probabilistes », [75]) permettent d'aller au-delà du calcul probabiliste quand la quantité d'informations est limitée, mais ils demandent beaucoup de moyens de calcul (somme de calculs d'optimisations déterministes et de simulations probabilistes).

2.2.2.2 Quantification des sources d'incertitudes

La modélisation des incertitudes amène à associer à chaque variable x , des mesures d'incertitudes X qui seront liées au choix du type de modèle.

- Des intervalles pour un modèle déterministe (plage de variation de chaque variable d'entrée).
- Des variables aléatoires pour un modèle probabiliste.
- Des distributions non probabilistes (nombres flous, distributions possibilistes, [76]) pour un modèle possibiliste.

Pour les critères probabilistes, il faut connaître au minimum l'espérance, la variance et éventuellement les covariances des variables d'entrée (méthode approchée de type perturbation). Pour les méthodes globales (de type Monte Carlo), la connaissance de la loi de probabilité des variables d'entrée est nécessaire. Le vecteur x est alors considéré comme un vecteur aléatoire.

Dans la suite, on distingue deux cas en fonction de l'indépendance ou de la corrélation des entrées.

1er cas : les entrées sont indépendantes

La façon de construire la distribution de probabilité dépend des données disponibles.

- Si un nombre important de données expérimentales est disponible (campagnes de mesure, base de qualification), deux approches sont envisageables :
 - Approche paramétrique : l'adéquation de l'échantillon à une loi de probabilité donnée est estimée par des tests statistiques standards ([77]), les estimateurs des paramètres de la loi pouvant ensuite être évalués analytiquement à partir de la moyenne arithmétique de l'échantillon, de l'écart type empirique et des valeurs extrêmes (méthode des moments [78] ou du maximum de vraisemblance [79]).
 - Approche non paramétrique : des techniques de lissage ([80]) sont applicables sur des échantillons importants, elles permettent d'estimer une loi de probabilité empirique, c'est-à-dire sans modèle support et uniquement à partir des valeurs expérimentales (par exemple la méthode d'estimation par noyau, [81]).
- Si l'ensemble des données expérimentales disponibles est très réduit, les tests d'adéquation et, a fortiori, les méthodes de lissage, réagissent mal et fournissent des résultats non significatifs. On fait alors l'hypothèse d'une loi de probabilité suivie par la variable analysée. Le choix s'opère en fonction des caractéristiques physiques de la variable et du procédé de détermination, et à partir de jugements d'experts. La loi normale est par exemple très souvent utilisée pour représenter la composante aléatoire d'une incertitude de mesure.

2ème cas : les entrées sont corrélées

On procède d'abord à une analyse uni-dimensionnelle (une seule variable à la fois). Ensuite, une analyse multi-dimensionnelle est requise. Des mesures des dépendances entre les sources sont effectuées à partir de jugements d'expert ou d'outils statistiques. Souvent, des coefficients de corrélation sont utilisés. Dans les deux cas on distingue deux étapes : la construction du modèle puis son analyse en fonction de l'objectif de l'étude. Il s'agit de se focaliser sur les parties

les plus importantes de la distribution de probabilité (les valeurs extrêmes pour une probabilité de dépassement de seuil par exemple).

2.2.2.3 Propagation d'incertitude

Une fois que l'analyse des sources d'incertitudes a été effectuée, il faut étudier comment ces variabilités vont se « propager » et impacter les variables d'intérêt en sortie du modèle. On appelle alors méthode de propagation d'incertitude toute technique qui étudie les variations de la sortie d'un modèle en fonction d'entrées incertaines. La méthode utilisée dépend du type de critère choisi et de caractéristiques du modèle employé.

- Critère déterministe

L'obtention des valeurs extrêmes de $y(t)$ sur les intervalles parcourus par les variables d'entrée est souvent une tâche complexe. Une solution peut être de se baser sur les plans d'expériences [37, 38, 32, 39], (voir annexe B.2).

- Critère probabiliste

Dans un cadre probabiliste, plusieurs approches sont utilisées.

- Approche par perturbation

Elle permet d'estimer l'espérance et la variance de la variable d'intérêt. Elle est donc adaptée à un critère de type dispersion (incertitude type) mais inadaptée à un critère de type probabilité de dépassement ou intervalle de confiance.

- Développement sur une base de polynômes orthogonaux

Cette méthode permet de calculer efficacement les moments et la densité de probabilité car une forme explicite de la solution est obtenue. Cependant, une certaine régularité du modèle est requise et cette méthode est mal adaptée au cas où le nombre de paramètres d'entrée incertains est grand. De plus, dès qu'un paramètre est modifié (ajout d'une entrée dans l'étude, changement de loi de probabilité d'une variable,...) il faut reconstruire la décomposition.

- Approches statistiques par tirages

Les méthodes par tirage (Monte Carlo par exemple) ne nécessitent en revanche aucune hypothèse de régularité sur le modèle. Elles sont donc les plus robustes mais en contrepartie, les plus coûteuses en temps de calcul. Aussi, elles peuvent finalement se révéler moins précises qu'une méthode par perturbation si les contraintes sur le temps des simulations impliquent une restriction trop forte du nombre de tirages. Elles fournissent une estimation de l'espérance et de la variance de la variable d'intérêt ainsi que le niveau de confiance associé à cette estimation (probabilité). La non-intrusivité de ces méthodes

les rend adaptées à tous types de problèmes (y compris les systèmes dits en boîte noire).

2.2.2.4 Hiérarchisation des sources d'incertitude / Analyse de sensibilité

Dans un environnement probabiliste, une étude d'incertitudes est rarement terminée après l'étape de propagation des incertitudes. L'étape de hiérarchisation des sources d'incertitudes permet, par l'analyse des contributions de chaque entrée fluctuante sur les variables d'intérêt, de retirer une meilleure compréhension sur l'incertitude du modèle. Ainsi, des informations qualitatives ou quantitatives sont obtenues concernant les sources qui ont réellement un impact, sur les variables d'entrées qui pourraient être négligées, sur la part d'importance de chacune, etc. Le modèle peut à ce moment là être raffiné pour accorder plus de précision aux variables d'entrées qui participent majoritairement à l'incertitude sur la sortie et une nouvelle procédure peut être effectuée. Lors d'une première exploration, des contraintes de temps, de puissance de calcul, ou encore des problèmes pratiques avaient pu limiter la précision accordée à l'analyse de chaque source.

2.3 Méthodes statistiques

Ces techniques de propagation d'incertitude sont fondées sur une génération aléatoire d'un échantillon de valeurs du vecteur des variables d'entrée, à partir des lois de probabilité de ses composantes. Pour chaque valeur du vecteur des variables d'entrée, une simulation de la réponse du modèle est réalisée. À l'issue de l'ensemble des simulations, un échantillon aléatoire des variables d'intérêt est donc disponible, représentatif de la dispersion des variables d'entrée selon leur loi propre. Une estimation de l'espérance et de la variance des variables d'intérêt est alors donnée par la moyenne empirique (estimateur sans biais de l'espérance) et la variance corrigée (estimateur sans biais de la variance) de l'échantillon.

2.3.1 Monte Carlo (MC)

C'est très souvent la méthode prise comme référence. Elle est simple et robuste (ne dépend ni de la dimension du problème, ni de sa régularité) mais souffre d'une convergence lente (en $1/\sqrt{N}$, où N est la taille de l'échantillon de MC considéré). À partir d'un échantillon aléatoire suivant une loi de probabilité, on estime les moments statistiques (le plus souvent l'espérance et la variance) du paramètre de sortie du domaine par des estimateurs empiriques (la moyenne empirique pour l'espérance par exemple), qui sont des estimateurs sans biais d'après la loi des grands nombres. L'approximation est d'autant meilleure que la variance de cet estimateur est faible. Certaines techniques de « réduction de la variance » peuvent être appliquées pour la diminuer.

2.3.1.1 Méthodes de réduction de la variance ([82])

- Quasi-Monte Carlo (QMC)
Il s'agit de méthodes dérivées de MC qui se basent sur des séries (au lieu du tirage aléatoire) dites à « discrétion faible » (meilleure répartition des points dans l'espace) et qui permettent d'améliorer la vitesse de convergence (proche de $1/N$). Les séries les plus connues sont les séquences de Halton, de Sobol, ou de Faure ([83]).
- Échantillonnage préférentiel
Soit le modèle $Y = f(X)$, si on sait que ce dernier dépend principalement de certaines valeurs de X , au lieu d'effectuer un tirage des valeurs de X selon la densité de probabilité classique, celles-ci seront prises à partir d'une densité biaisée qui favorise les valeurs de X dans la zone d'importance.
- Variables de contrôle
Si on dispose d'un modèle réduit $f_r(X)$ et que l'on connaît $I_r = E[f_r(X)]$, alors $I = E[f(X)] = I_r + E[f(X) - f_r(X)]$, et on choisit $\hat{I} = I_r + \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (f(X^{(k)}) - f_r(X^{(k)}))$. Cette technique exploite l'erreur d'estimation des quantités connues pour améliorer l'estimation des quantités inconnues.
- Variables antithétiques
Une seconde variable aléatoire est introduite. Elle est très fortement corrélée négativement avec la première. Cela permet de tirer partie de la symétrie de la distribution en sacrifiant l'indépendance des variables, pour réduire la variance de l'estimateur.
- Stratification
On force l'échantillon à respecter les proportions théoriques dans certaines « strates » (zones du domaine de définition).

2.3.2 Collocation Stochastique (CS)

2.3.2.1 État de l'art

Parmi les méthodes statistiques de propagation d'incertitudes qui s'intéressent à la détermination des moments statistiques, on peut distinguer l'approche par perturbations et les techniques de quadratures.

L'idée de la méthode de perturbation est d'effectuer un développement limité autour des valeurs moyennes des entrées. La précision des résultats de cette technique peut néanmoins être grandement affectée par les non linéarités du modèle.

Le principe des méthodes de quadrature consiste à approximer les formulations intégrales de la moyenne, de la variance, ou des autres moments statistiques, par des sommes pondérées des fonctions à évaluer, calculées en des points

précis. Plusieurs méthodes se différencient par la façon de choisir les points d'intégrations, la formule de quadrature utilisée et les approximations faites sur les fonctions à évaluer. On peut notamment citer :

- Des méthodes d'intégrations simples (rectangles, trapèzes) s'appuient sur des interpolations linéaires par intervalles.
- La méthode de Simpson utilise comme approximation de la sortie un polynôme d'ordre 2 qui prend les mêmes valeurs que cette sortie aux extrémités et au centre du domaine.
- La Collocation Stochastique (CS, [17, 18, 31]) se base sur une loi de quadrature de Gauss et projette la fonction à estimer sur une base de polynômes de Lagrange. Des pondérations sont appliquées sur les résultats obtenus suivant les valeurs des entrées.
- Unscented Transform (UT, [34, 35, 36], annexe B.1) utilise les moments statistiques des entrées pour déterminer les points d'intégration. La « cartographie » de ces points s'exprime avec un développement de Taylor.
- Une méthode de collocation ([84]) s'inspire des règles d'intégrations de Stroud [85].

D'autres techniques peuvent être également considérées. On peut citer les polynômes chaos ([40, 41, 42]) qui décomposent les variables sur des bases de polynômes de Hermite, ou encore le krigeage ([43], annexe B.3) qui réalise une interpolation spatiale d'une variable en utilisant un variogramme. Nous choisissons ici uniquement de détailler la méthode de CS car elle permet d'estimer les moments statistiques avec un nombre très réduit de réalisations bien choisies. Le paragraphe qui suit révèle cette efficacité.

2.3.2.2 Exemple illustratif

Pour bien faire comprendre l'efficacité de la méthode de CS, on peut comparer cette dernière avec Monte Carlo sur un exemple très simple. On choisit une fonction f dépendant d'une seule VA X qui suit une loi uniforme sur $[0, 1]$:

$$Y = f(X) = 2X \exp(-X^2) + 1.5X^3 - \frac{1}{1 + X^5}, \quad (2.3.1)$$

et on souhaite connaître la moyenne de Y . On choisit de considérer 3 points de collocation et la moyenne de Y est calculée pour ces 3 réalisations. En parallèle, 100 000 simulations de MC sont calculées. La figure 2.9 représente les points considérés par MC (en noir) et la CS (en rouge).

Ensuite, d'un côté la moyenne de Y est calculée par la méthode de CS avec les réalisations pondérées des trois points déterminés au préalable. De l'autre côté, la moyenne cumulative de Y par MC est calculée au fur et à mesure des

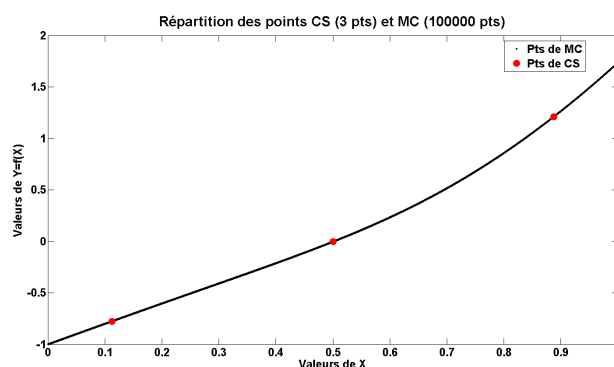


Figure 2.9 – Répartition des points de MC et CS

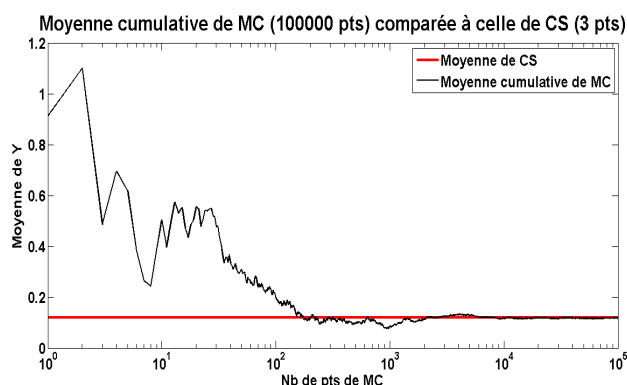


Figure 2.10 – Comparaison des résultats de CS (3 pts) et MC (10 000 pts)

100 000 réalisations du tirage aléatoire. La comparaison de ces deux résultats est exprimée sur la figure 2.10.

Sur cette figure, la méthode de CS montre une grande efficacité car il ne lui faut que 3 points pour arriver au même résultat que MC (qui a nécessité 100 000 simulations). Voyons en détails le principe de la méthode de CS.

2.3.2.3 Principe

La méthode de CS repose sur quelques point clés. Le cheminement théorique et les formules pratiques de calculs seront décrits dans la suite. Le cas d'un problème à une seule VA est présenté dans un premier temps par soucis de simplification sans remettre en cause le cas multidimensionnel. Ensuite le cas de plusieurs entrées aléatoires est exposé.

Cas d'une seule variable aléatoire

On considère le cas ici d'une fonction réelle $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et une VA X qui suit

une certaine loi de probabilité. On cherche à obtenir la moyenne et la variance de la variable aléatoire $Y = f(X)$, image de X par f .

Pour cela on commence par projeter la fonction f sur une base de polynômes de Lagrange de degrés n :

$$f(x) \approx \sum_{i=0}^n f_i L_i(x). \quad (2.3.2)$$

Ces polynômes se définissent de la manière suivante :

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}. \quad (2.3.3)$$

On notera la propriété remarquable de ces polynômes :

$$L_i(x_j) = \delta_{ij}, \quad (2.3.4)$$

où δ_{ij} est le symbole de Kronecker.

Les points de collocation x_i sont déterminés de façon à ce qu'ils correspondent aux points d'intégration de la règle de quadrature de Gauss correspondant à la loi de probabilité des entrées (polynômes de Legendre pour une loi uniforme, polynômes de Hermite pour une loi normale, etc.). Celle-ci permet en effet de calculer une valeur approchée d'une intégrale de la forme :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x)g(x)dx \approx \sum_{j=0}^n \omega_j g(x_j), \quad (2.3.5)$$

où p est la densité de probabilité de la variable aléatoire X et g une fonction suffisamment régulière. Les $\omega_i > 0$ sont les poids d'intégration (ou poids de collocation). Les points et les poids sont choisis de telle manière que la règle de quadrature soit exacte pour des polynômes de degré inférieur ou égal à $2n+1$.

Calcul des moments statistiques

L'espérance de $Y = f(X)$ se calcule par définition à l'aide de l'intégrale suivante :

$$E[f(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)p(x)dx. \quad (2.3.6)$$

Grâce à l'équation 2.3.2 la sortie $f(x)$ est remplacée par son expression polynomiale :

$$\begin{aligned} E[f(X)] &\approx \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{i=0}^n f_i L_i(x) p(x) dx \\ &\approx \sum_{i=0}^n f_i \int_{-\infty}^{+\infty} L_i(x) p(x) dx. \end{aligned} \quad (2.3.7)$$

Ensuite, la règle de quadrature de Gauss (équation 2.3.5) nous donne :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} L_i(x)p(x)dx \approx \sum_{j=0}^n \omega_j L_i(x_j). \quad (2.3.8)$$

En utilisant la propriété 2.3.4, l'équation 2.3.8 devient :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} L_i(x)p(x)dx \approx \omega_i, \quad (2.3.9)$$

car tous les termes de la somme où $j \neq i$ s'annulent.

En remplaçant l'expression de 2.3.9 dans l'équation 2.3.7 on obtient :

$$E[f(X)] \approx \sum_{i=0}^n \omega_i f_i. \quad (2.3.10)$$

Puis, on peut changer x en x_i dans 2.3.2 pour avoir, grâce à la propriété 2.3.4 :

$$\begin{aligned} f(x_i) &\approx \sum_{j=0}^n f_j L_j(x_i) \\ &\approx f_i. \end{aligned} \quad (2.3.11)$$

L'équation 2.3.10 devient donc :

$$\boxed{E[f(X)] \approx \sum_{i=0}^n \omega_i f(x_i)} \quad (2.3.12)$$

Les calculs ont été grandement simplifiés grâce à la propriété des polynômes de Lagrange (2.3.2). Ceci justifie le choix de prendre les mêmes positions pour les points de quadrature de Gauss et les points de collocation des polynômes de Lagrange.

Avec le même raisonnement on peut déterminer la variance. Celle-ci se calcule par définitions grâce à la formule suivante :

$$\begin{aligned} \text{var}(f(X)) &= E[f(X)^2] - E[f(X)]^2 \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)^2 p(x)dx - E[f(X)]^2. \end{aligned} \quad (2.3.13)$$

On commence par remplacer f par sa projection sur des polynômes de Lagrange (relation 2.3.2).

$$\begin{aligned} \text{var}(f(X)) &\approx \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\sum_{i=0}^n f_i L_i(x) \right) \left(\sum_{j=0}^n f_j L_j(x) \right) p(x)dx - E[f(X)]^2 \\ &\approx \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n f_i f_j \int_{-\infty}^{+\infty} L_i(x) L_j(x) p(x)dx - E[f(X)]^2. \end{aligned} \quad (2.3.14)$$

En utilisant la règle de quadrature de Gauss (équation 2.3.5), l'intégrale précédente peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} L_i(x) L_j(x) p(x) dx &\approx \sum_{k=0}^n \omega_k L_i(x_k) L_j(x_k) \\ &\approx \sum_{k=0}^n \omega_k \delta_{ik} \delta_{jk}. \end{aligned} \quad (2.3.15)$$

En remplaçant l'expression de 2.3.15 dans 2.3.14, on obtient :

$$\text{var}(f(X)) \approx \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n f_i f_j \omega_k \delta_{ik} \delta_{jk} - E[f(X)]^2. \quad (2.3.16)$$

Dans cette équation, tous les termes sont nuls, sauf ceux correspondant à $i = j = k$, c'est à dire :

$$\text{var}(f(X)) \approx \sum_{k=0}^n \omega_k f_k^2 - E[f(X)]^2. \quad (2.3.17)$$

Enfin, en utilisant l'équation 2.3.11, on obtient la variance.

$$\boxed{\text{var}(f(X)) \approx \sum_{k=0}^n \omega_k (f(x_k))^2 - E[f(X)]^2} \quad (2.3.18)$$

Ces résultats font ressortir que les seules données déterministes des valeurs de la fonction aux points de collocation permettent d'obtenir les moments statistiques. Cette méthode n'est pas limitée aux problèmes à une dimension. La section suivante traite de la généralisation aux cas de dimension quelconque.

Dimension supérieure, cas général

Le raisonnement du paragraphe précédent peut être généralisé pour une dimension supérieure. On considère un observable Z fonction de d variables aléatoires X_1, \dots, X_d , $Z = f(X_1, \dots, X_d)$, qui suivent respectivement des lois de probabilité p_1, \dots, p_d de supports D_1, \dots, D_d . On suppose que l'on possède les points et les poids des règles de quadratures liées à ces lois de probabilité. On connaît donc pour tout $q = 1, \dots, d$ les points $\{x_i^q\}_{1 \leq i \leq n_q}$ et les poids $\{\omega_i^q\}_{1 \leq i \leq n_q}$ tels que :

$$\int_{D_q} p_q(x) g(x) dx \approx \sum_{i=0}^{n_q} \omega_i^q g(x_i^q). \quad (2.3.19)$$

Comme au paragraphe précédent, f est projetée sur une base de polynômes de Lagrange.

$$f(x^1, \dots, x^d) = \sum_{i_1=1}^{n_1} \dots \sum_{i_d=1}^{n_d} f_{i_1 \dots i_d} L_{i_1}^1(x^1) \dots L_{i_d}^d(x^d) \quad (2.3.20)$$

Les polynômes de Lagrange s'écrivent pour $q = 1, \dots, d$ et $i = 1, \dots, n_d$:

$$L_i^q(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n_q} \frac{x - x_j^q}{x_i^q - x_j^q}. \quad (2.3.21)$$

En remplaçant (x^1, \dots, x^d) par $(x_{q_1}^1, \dots, x_{q_d}^d)$ dans l'équation 2.3.20, avec $q_k \in \{0, \dots, n_k\}$ pour $k \in \{1, \dots, d\}$ et grâce à la propriété simplificatrice $L_i^q(x_j^q) = \delta_{ij}$ les coefficients peuvent s'écrire :

$$f_{i_1 \dots i_d} = f(x_{i_1}^1, \dots, x_{i_d}^d). \quad (2.3.22)$$

Calcul des moments statistiques

On cherche à estimer la moyenne de Z :

$$E[Z] = E[f(X_1, \dots, X_d)] = \int_{D_1} \dots \int_{D_d} p_1(x_1) \dots p_d(x_d) f(x^1, \dots, x^d) dx_1 \dots dx_d. \quad (2.3.23)$$

Avec le même raisonnement qu'au paragraphe précédent on peut montrer que cette espérance peut s'écrire :

$$E[Z] = \sum_{i_1=0}^{n_1} \dots \sum_{i_d=0}^{n_d} \omega_{i_1} \dots \omega_{i_d} f_{i_1 \dots i_d}. \quad (2.3.24)$$

Avec la relation 2.3.22 cette expression devient :

$$E[Z] = \sum_{i_1=0}^{n_1} \dots \sum_{i_d=0}^{n_d} \omega_{i_1} \dots \omega_{i_d} f(x_{i_1}^1, \dots, x_{i_d}^d) \quad (2.3.25)$$

De la même manière, la variance de Z qui s'estime par

$$var(Z) = E[f(X_1, \dots, X_d)^2] - E[f(X_1, \dots, X_d)]^2, \quad (2.3.26)$$

peut s'écrire :

$$var(Z) = \sum_{i_1=0}^{n_1} \dots \sum_{i_d=0}^{n_d} \omega_{i_1} \dots \omega_{i_d} f(x_{i_1}^1, \dots, x_{i_d}^d)^2 - E[f(X_1, \dots, X_d)]^2 \quad (2.3.27)$$

Ces formules de moyenne et variance font ressortir le coût croissant de la méthode de CS avec la dimension. Il faut en effet effectuer, pour un nombre n de points de CS et d VA, un nombre de réalisations égal à n^d . Ceci constitue la principale limitation de la méthode de CS.

Toutefois, comme on peut le voir sur ces résultats, la méthode de CS nécessite seulement les résultats de quelques calculs déterministes (aux points de collocation), et ne modifie en rien la fonction ou le modèle étudié. La CS se classe donc parmi les méthodes « non-intrusives ». Elle peut ainsi être appliquée sur de nombreux problèmes, et en particulier sur les équations de Maxwell.

Application de la méthode de CS aux équations de Maxwell

On considère une onde électromagnétique se déplaçant dans un milieu dont la permittivité est aléatoire : $\epsilon = \epsilon(U)$, U étant une variable aléatoire. On dispose, en notant \mathbf{E} le champ électrique, \mathbf{H} le champ magnétique, μ la perméabilité et σ la conductivité, des équations de Maxwell 1.2.21 et 1.2.22 définies au paragraphe 1.2.2.

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E}(x, y, z, t, U) = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}(x, y, z, t, U)}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H}(x, y, z, t, U) = \sigma \mathbf{E}(x, y, z, t, U) + \epsilon(U) \frac{\partial \mathbf{E}(x, y, z, t, U)}{\partial t} \end{cases} \quad (2.3.28)$$

L'objectif est d'obtenir pour tout temps t et en tout point (x, y, z) du domaine, les moyennes $\langle \mathbf{E}(x, y, z, t, U) \rangle$, $\langle \mathbf{H}(x, y, z, t, U) \rangle$ et les variances $\text{var}(\mathbf{E}(x, y, z, t, U))$, $\text{var}(\mathbf{H}(x, y, z, t, U))$ des champs électrique \mathbf{E} et magnétique \mathbf{H} .

Pour cela on commence par remplacer la variable aléatoire U par la variable déterministe u dans 2.3.28, ce qui donne les équations de Maxwell déterministes suivantes :

$$\begin{cases} \mu \frac{\partial \mathbf{H}(x, y, z, t, u)}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}(x, y, z, t, u) \\ \epsilon(u) \frac{\partial \mathbf{E}(x, y, z, t, u)}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{H}(x, y, z, t, u) - \sigma \mathbf{E}(x, y, z, t, u) \end{cases} \quad (2.3.29)$$

Ensuite, les champs \mathbf{E} et \mathbf{H} sont projetés sur des bases de polynômes de Lagrange.

$$\mathbf{E}(x, y, z, t, u) \approx \sum_{i=0}^n \mathbf{E}_i(x, y, z, t) L_i(u) \quad (2.3.30)$$

$$\mathbf{H}(x, y, z, t, u) \approx \sum_{i=0}^n \mathbf{H}_i(x, y, z, t) L_i(u) \quad (2.3.31)$$

Ces expressions sont injectées dans 2.3.29 pour donner

$$\begin{cases} \mu \sum_{i=0}^n \frac{\partial \mathbf{H}_i(x, y, z, t)}{\partial t} L_i(u) = \sum_{i=0}^n -\nabla \times \mathbf{E}_i(x, y, z, t) L_i(u) \\ \epsilon(u) \sum_{i=0}^n \frac{\partial \mathbf{E}_i(x, y, z, t, u)}{\partial t} L_i(u) = \sum_{i=0}^n (\nabla \times \mathbf{H}_i(x, y, z, t, u) - \sigma \mathbf{E}_i(x, y, z, t, u)) L_i(u) \end{cases} \quad (2.3.32)$$

En remplaçant u par u_j dans 2.3.32, et en utilisant la propriété des polynômes de Lagrange ($L_i(u_j) = \delta_{ij}$), on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \mu \frac{\partial \mathbf{H}_j(x, y, z, t)}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}_j(x, y, z, t) \\ \epsilon(u_j) \frac{\partial \mathbf{E}_j(x, y, z, t, u)}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{H}_j(x, y, z, t, u) - \sigma \mathbf{E}_j(x, y, z, t, u) \end{cases} \quad (2.3.33)$$

Ces équations ont la même forme que les équations de Maxwell déterministe. Pour calculer les coefficients $\mathbf{E}_j(x, y, z, t)$ et $\mathbf{H}_j(x, y, z, t)$, il suffit donc d'utiliser un solveur déterministe des équations de Maxwell, pour chaque point de collocation (donc $n + 1$ fois).

Les moyennes et variances des champs \mathbf{E} et \mathbf{H} sont enfin calculés avec les mêmes formules que pour les cas précédents :

$$\begin{cases} \langle \mathbf{E}(x, y, z, t, u) \rangle = \sum_{j=0}^n \omega_j \mathbf{E}_j(x, y, z, t) \\ \langle \mathbf{H}(x, y, z, t, u) \rangle = \sum_{j=0}^n \omega_j \mathbf{H}_j(x, y, z, t) \end{cases} \quad (2.3.34)$$

$$\begin{cases} \text{var}(\mathbf{E}(x, y, z, t, u)) = \sum_{j=0}^n \omega_j \mathbf{E}_j(x, y, z, t)^2 - \langle \mathbf{E}(x, y, z, t, u) \rangle^2 \\ \text{var}(\mathbf{H}(x, y, z, t, u)) = \sum_{j=0}^n \omega_j \mathbf{H}_j(x, y, z, t)^2 - \langle \mathbf{H}(x, y, z, t, u) \rangle^2 \end{cases} \quad (2.3.35)$$

Convergence de la méthode

La précision de la méthode dépend du nombre de points pris, on choisit en général 3, 5, 7 ou 9 points de collocation (nombres impairs pour inclure le point central et donner plus de poids aux valeurs moyennes). Le tableau 2.1 donne les points et les poids de collocation selon la précision voulue, pour une loi uniforme sur $[-1, 1]$ et une loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0, 1)$.

Une fois les points de collocation trouvés il suffit de calculer les résultats de p simulations déterministes (la valeur de p dépend de la précision choisie et de la dimension du problème).

La convergence de la méthode doit être vérifiée numériquement. C'est pourquoi en pratique il est courant d'effectuer les réalisations pour 3 points puis 5, puis 7, etc., afin de s'assurer de cette convergence.

Pour illustrer cette idée, on peut reprendre l'exemple précédent (équation 2.3.1), sur lequel des réalisations de CS avec 3, 5 et 7 points sont effectuées. La répartition de ces points de CS est représentée sur la figure 2.11.

Un zoom est nécessaire pour distinguer les différentes moyennes de CS, qui sont très proches sur ce cas (figure 2.12).

Cette figure montre une convergence très rapide de la méthode de CS sur ce cas. Les courbes se rapprochent bien avec l'augmentation du nombre de points de CS pris.

2.3.2.4 Discussion sur le choix de la méthode de CS

Les techniques de propagation d'incertitudes évoquées précédemment comportent des avantages et des inconvénients, qui peuvent orienter le choix de

Tableau 2.1 – Points et poids de CS pour une loi uniforme $[-1,1]$ et une loi normale $\mathcal{N}(0,1)$

NbPts	Points Loi \mathcal{U}	Poids Loi \mathcal{U}	Points Loi \mathcal{N}	Poids Loi \mathcal{N}
3	-0.774	0.278	-1.73	0.167
	0	0.444	0	0.667
	0.774	0.278	1.73	0.167
5	-0.906	0.118	-2.857	0.011
	-0.538	0.239	-1.356	0.222
	0	0.284	0	0.533
	0.538	0.239	1.356	0.222
	0.906	0.118	2.857	0.011
7	-0.949	0.065	-3.750	0.001
	-0.742	0.140	-2.367	0.031
	-0.406	0.191	-1.154	0.240
	0	0.209	0	0.457
	0.406	0.191	1.154	0.240
	0.742	0.140	2.367	0.031
	0.949	0.065	3.750	0.001

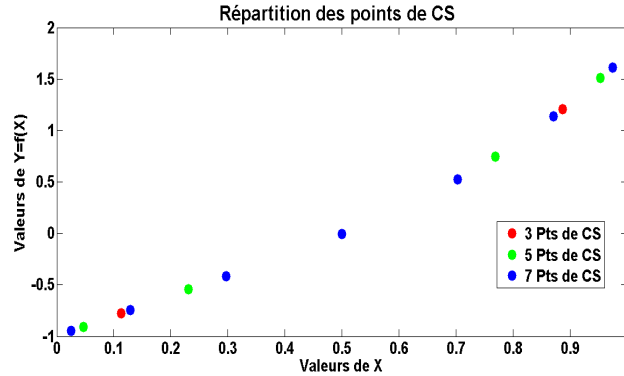


Figure 2.11 – Répartition des points de CS pour 3, 5 et 7 points

l'utilisateur sur l'une ou l'autre de ces méthodes. Ceux-ci sont regroupés dans le tableau 2.2.

La méthode de CS apparaît très efficace pour des nombres de variables d'entrée faibles. De plus, la CS est non-intrusive (elle ne nécessite aucune information sur les relations entre entrées et sorties du modèle (monotonie, etc.). Elle est donc applicable à la plupart des problèmes, y compris ceux dit en « boîte noire ». Les méthodes comme les polynômes chaos ([40, 41, 42]) ou le krigeage ([43], annexe B.3) demandent d'adapter le modèle du problème concerné à la technique utilisée et en cas de changement (ajout d'un paramètre par exemple), il est nécessaire de reconstruire les développements des méthodes. En outre, des

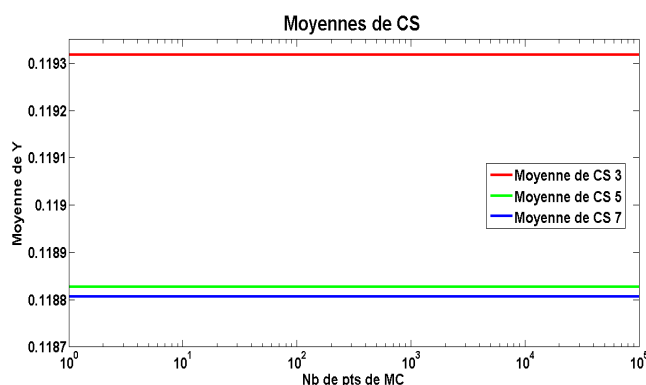


Figure 2.12 – Comparaison des moyennes de CS pour 3, 5 et 7 points

Tableau 2.2 – Tableau récapitulatif des avantages et inconvénients des méthodes

Méthode	Avantages	Inconvénients
Monte Carlo	Indépendante de la dimension Méthode non-intrusive	Convergence très lente
Collocation Stochastique	Convergence rapide Méthode non-intrusive	Coût croissant avec la dimension
Unscented Transform	Convergence rapide Méthode non-intrusive	Non-unicité des points et des poids si la dimension est >1 Coût croissant avec la dimension
Polynômes chaos	Convergence rapide	Coût croissant avec la dimension Méthode intrusive
Krigeage	Prise en compte des dépendances spatiales des données	Complexe à mettre en œuvre Résultats dépendant du choix du variogramme

études ont montré que parmi ces méthodes, la CS est la méthode combinant la plus grande précision avec rapidité ([17, 18, 19, 31]). La prise en compte de l'incertain dans le RT grâce à la méthode de CS peut donc se faire de manière très efficace.

Malgré tout, dans la réalité, les problèmes peuvent posséder de multiples facteurs variables. Or la méthode de CS souffre d'un inconvénient important : si le nombre de variables aléatoires augmente, son efficacité chute fortement. C'est ce que l'on appelle le « fléau de la dimension » (ou « dimension curse » en anglais). Comme le montre le tableau 2.3, pour 7 points de CS, le nombre de réalisations nécessaires augmente très fortement avec la dimension.

Il est alors nécessaire, dans le but de pouvoir considérer ces modèles complexes de trouver une alternative.

Tableau 2.3 – Nombre de réalisations nécessaires pour 7 pts de CS selon le nombre de VA d'entrée

Nb VA	1	2	3	4	5
Coût	7	49	343	2401	16 807
Nb VA	6	7	8	9	10
Coût	117 649	823 543	5 764 801	40 353 607	282 475 249

Des travaux sont actuellement en cours sur la méthode UT, très similaire à la CS. Ils visent à réduire le nombre de points employés et ainsi augmenter l'efficacité de la méthode. Cette méthode utilise des techniques de réduction de dimension ([86]) : univarié ou multivarié, traductions de respectivement « Univariate Dimension Reduction » (UDR) ou « Multivariate Dimension Reduction » (MDR)). Ces techniques, qui ne sont pas propres à l'UT réalisent des approximations et permettent de calculer certaines réalisations en fonction de résultats déjà obtenus. Voyons un exemple simple en deux dimensions pour l'UDR.

Si on considère un système à deux variables X et Y et f la fonction du modèle, notons μ_x et μ_y les valeurs moyennes des valeurs prises respectivement par X et Y . L'UDR consiste à approximer la fonction $f(x, y)$ par :

$$\hat{f}(x, y) \approx f(x, \mu_y) + f(\mu_x, y) - f(\mu_x, \mu_y). \quad (2.3.36)$$

Les pondérations se calculent avec la même formule. Cette approximation est réalisée en calculant des développements de Taylor à l'ordre deux et en négligeant les termes croisés d'ordre deux. Ce résultat permet de s'affranchir d'une partie des calculs comme on peut le voir sur la figure 2.13. Avec ici un exemple comprenant trois points dans chacune des deux dimensions, il faudrait au départ calculer 9 réalisations. Grâce à la décomposition on ne calcule que 5 points puisque les simulations pour les valeurs des « coins » sont calculées à partir des autres résultats. Cependant cette réduction de coût induit toujours une certaine perte de précision, difficile à quantifier a priori.

Comme la CS est une méthode efficace et précise pour la prise en compte d'un nombre limité de variables, il serait intéressant de pouvoir la conserver. Une autre piste est donc de chercher à exploiter des méthodes d'Analyse de Sensibilité (AS) en amont de l'application de la CS. Ainsi une première phase consisterait à déterminer quelles variables sont influentes et quelles entrées sont de faible importance sur la variation de la sortie. Ensuite la CS pourrait être appliquée au modèle réduit aux seules variables influentes. Des travaux sur une idée similaire ont été effectués récemment avec la méthode UT [87]. Pour s'assurer de l'efficacité de l'association des méthodes, il faut que l'étape d'AS soit peu coûteuse mais donne quand même assez d'information pour séparer correctement les variables. Le choix de la méthode constitue donc un point clé. C'est pourquoi une revue de quelques méthodes d'AS s'avère nécessaire.

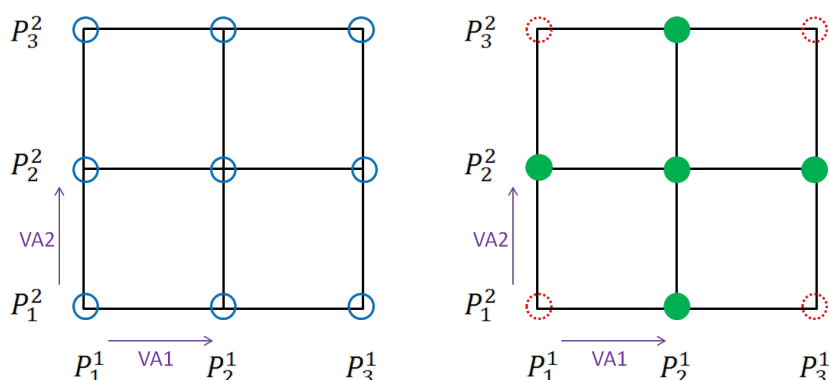


Figure 2.13 – Réduction du nombre de réalisation d’une UBR sur un cas à deux dimensions. À gauche : modèle classique, 9 points requis ; à droite : UBR, 5 points requis

2.4 Analyse de sensibilité

Dans cette section seront présentées l’idée générale de l’AS ainsi que quelques méthodes que nous avons utilisées pour hiérarchiser les variables d’entrées des problèmes rencontrés.

2.4.1 Préambule

Les méthodes d’AS sont très intéressantes rencontrent un grand succès dans le domaine de l’ingénierie « numérique ». En effet, elles permettent de simplifier, de valider un code de calcul de justifier des investissements de sécurité ou encore d’orienter les efforts de recherche.

Les objectifs d’une analyse de sensibilité peuvent être :

- D’identifier les variables non influentes dans le but de les fixer (réduction du modèle).
- De déterminer les variables les plus influentes et les hiérarchiser.
- De suivre comment évolue la sortie en fonction des entrées, notamment dans des zones de variations particulières (domaines de défaillance par exemple).
- De calibrer des variables à partir d’informations disponibles (contraintes, mesures de la sortie, etc.).

Il existe de très nombreuses méthodes d’analyse de sensibilité : plans d’expériences ([37, 38, 32, 39], annexe B.2), métamodèles ([88]), indices de Sobol ([89]), ..., chacune ayant des spécificités qui la rend plus ou moins adaptée à un type

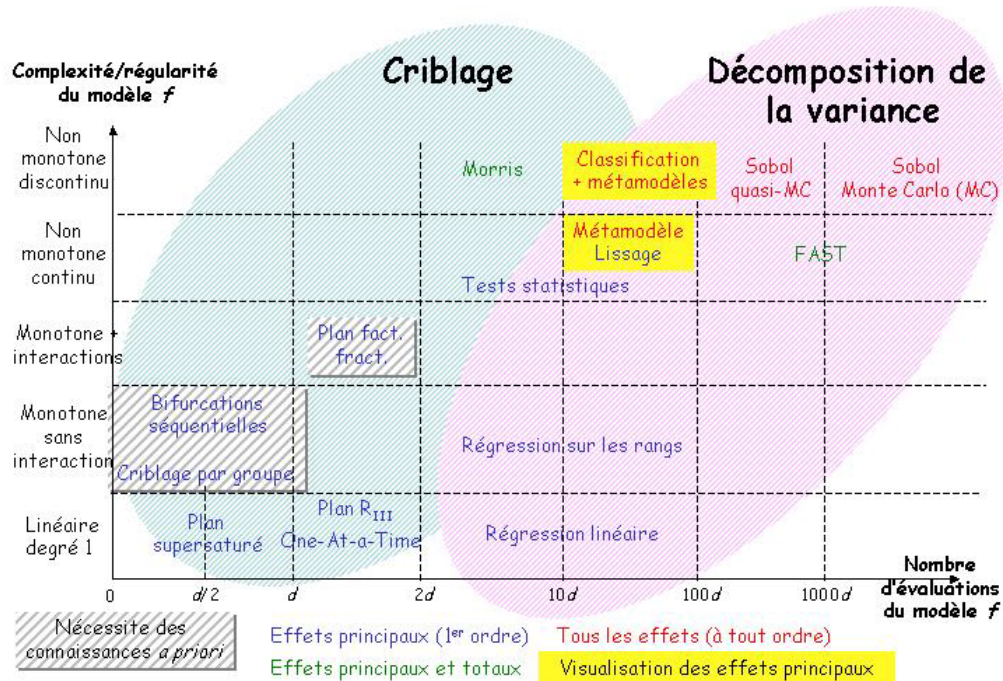


Figure 2.14 – Synthèse de Iooss des méthodes d'AS

de problème. B. Iooss [80] a proposé un classement des diverses méthodes d'AS en grandes catégories. On distingue cette répartition sur la figure 2.14.

Une autre manière de séparer les méthodes d'AS est de les classer en deux grands groupes : les techniques qualitatives et les méthodes quantitatives.

2.4.2 Méthodes qualitatives / méthodes quantitatives

Parmi la variété des méthodes d'AS, une différenciation peut être faite entre méthodes qualitatives et méthodes quantitatives.

- Les méthodes qualitatives regroupent des techniques qui donnent des résultats qualitatifs, qui représentent des données non mesurables. Ces résultats nécessitent le regard d'un « expert » (humain) pour être interprétés. On peut notamment classer dans cette catégories les méthodes graphiques qui exhibent des résultats visuels.
- Les méthodes quantitatives, contrairement aux stratégies qualitatives, proposent des résultats que l'on peut mesurer, quantifier. Ces données peuvent aisément être comparées entre elles et réexploitées dans des codes de post-traitement.

Au milieu des différentes techniques disponibles (figure 2.14), nous avons choisi de mettre l'accent sur la méthode de Morris et les indices de Sobol. La méthode de Morris est simple, robuste et donne des résultats qualitatifs pour un coût raisonnable. Les indices de Sobol permettent d'obtenir des informations quantitatives et révèle les différences entre effets principaux et interactions. Les sections suivantes donnent les fondements de ces techniques.

2.4.3 Méthode de Morris

La méthode de Morris ([90]) fait partie des méthodes dites de criblages (« screening » en anglais). Ces techniques permettent d'évaluer rapidement l'évolution des sorties du modèle en fonction de la variation d'un grand nombre de variables d'entrée. Elles sont basées sur la discrétisation des entrées sur leur intervalle de variation. Les valeurs prises sont appelées niveaux. Comme aucune loi de probabilité n'est utilisée sur les entrées, ces méthodes sont déterministes. La méthode de Morris est la répétition r fois d'un plan d'expérience « One At a Time » (OAT, car un seul facteur change entre chaque expérience) choisi aléatoirement dans l'espace des entrées. Cette méthode permet de classer les VA en trois groupes :

- VA négligeables.
- VA avec effets linéaires et sans interactions.
- VA avec effets non-linéaires et/ou avec interactions.

Principe

Une étude avec la méthode de Morris se déroule selon le fonctionnement suivant : On considère un modèle comportant d paramètres aléatoires en entrée et une sortie :

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_d) \mapsto f(X) \quad (2.4.1)$$

Dans un premier temps les d variables d'entrée sont normalisées sur $[0, 1]$ et un échantillonnage uniforme avec une discrétisation en Q niveaux pour chaque facteur est appliqué. On note δ le pas de discrétisation. Ensuite on choisit au hasard dans la grille un point de départ (une réalisation prise au hasard parmi les Q pour chacune des entrées). Puis successivement pour chaque variable un décalage de δ est appliqué sur une seule d'entre elles à la fois pour obtenir un nouveau point et calculer l'effet de ce décalage. Chaque expérience permet de calculer un effet élémentaire.

On a ainsi au départ le point :

$$P_0 = (x_1^{(0)}, \dots, x_d^{(0)}). \quad (2.4.2)$$

Un décalage de δ (fonction de l'échantillonnage choisi) est appliqué sur X_1 , ce qui donne

$$P_1 = (x_1^{(1)}, x_2^{(0)}, \dots, x_d^{(0)}). \quad (2.4.3)$$

Un effet de la variable X_1 est alors mesuré en calculant

$$e_1(X_1) = \frac{f(P_1) - f(P_0)}{\delta}. \quad (2.4.4)$$

Puis c'est au tour de la seconde variable X_2 pour laquelle on calcule

$$e_1(X_2) = \frac{f(P_2) - f(P_1)}{\delta}, \quad (2.4.5)$$

Avec

$$P_2 = (x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, x_3^{(0)}, \dots, x_d^{(0)}), \quad (2.4.6)$$

et ainsi de suite jusqu'à X_d .

Le processus est répété r fois. A l'issue des r répétitions pour chaque VA, les données des moyennes (μ^*) et écart-types (σ) des effets de chaque facteur sont déterminés :

$$\mu^*(X_i) = \frac{1}{r} \sum_{k=1}^r |e_k(X_i)| \quad (2.4.7)$$

$$\sigma(X_i) = \sqrt{\frac{1}{r} \sum_{k=1}^r e_k(X_i)^2 - \mu^*(X_i)^2} \quad (2.4.8)$$

Ces résultats fournissent des informations sur l'influence des VA.

- μ^* faible, σ faible \Rightarrow influence négligeable.
- μ^* forte, σ faible \Rightarrow influence linéaire et sans interactions.
- μ^* forte, σ forte \Rightarrow influence non-linéaire et/ou avec interactions.

On représente souvent le résultat sous forme d'un graphe $\sigma = f(\mu^*)$ (voir figure 2.15).

Visuellement les variables influentes apparaissent à droite du graphe. Il convient ensuite de distinguer parmi celles-ci les variables importantes, positionnées en haut, des variables linéaires, situées proches de l'axe des abscisses.

2.4.4 Indices de Sobol

L'idée de base de cette technique repose sur la décomposition du modèle f en somme de fonctions élémentaires. Ainsi, on peut en déduire l'importance des entrées sur la sortie du modèle f quantitativement selon :

$$f(X_1, \dots, X_d) = f_0 + \sum_{i=1}^d f_i(X_i) + \sum_{i < j} f_{ij}(X_i, X_j) + \dots + f_{12\dots d}(X_1, \dots, X_d). \quad (2.4.9)$$

Où f est intégrable sur $[0, 1]^d$, f_0 est une constante et les autres fonctions élémentaires sont orthogonales entre elles. Cette décomposition a été introduite par Sobol ([89]). Il a montré que dans ces conditions la décomposition est unique.

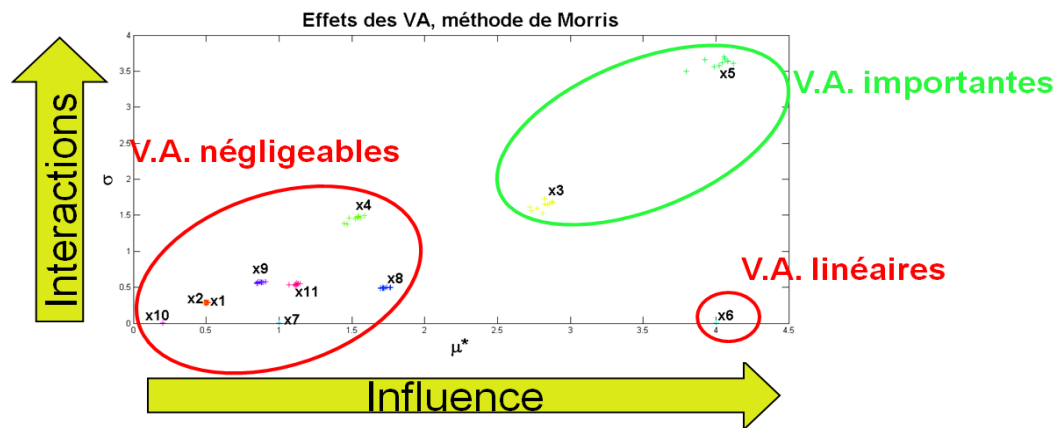


Figure 2.15 – Représentation des résultats de la méthode de Morris sous forme d'un graphe pour un problème contenant 11 VA ($X_i, i = 1 \dots 11$)

Si les entrées X_i sont aléatoires et mutuellement indépendantes, une décomposition de la variance fonctionnelle (dite aussi ANOVA) peut être calculée.

$$Var(Y) = V = \sum_{i=1}^d V_i + \sum_{i < j} V_{ij} + \dots + V_{12\dots d}, \quad (2.4.10)$$

avec :

$$V_i = Var(E[Y|X_i]),$$

$$V_{ij} = Var(E[Y|X_i, X_j]) - V_i - V_j,$$

$$V_{ijk} = Var(E[Y|X_i, X_j, X_k]) - V_{ij} - V_{ik} - V_{jk} - V_i - V_j - V_k,$$

etc.

Pour mesurer l'importance d'une variable X_i sur la sortie Y , on peut étudier de combien la variance de Y décroît si on fixe la variable X_i à une valeur x_i . Pour se défaire du biais engendré par le choix d'une valeur, il suffit de considérer l'espérance de ce résultat pour toutes les valeurs de x_i ($E[V(Y|X_i = x_i)]$). Plus cette quantité sera petite, plus la variable X_i sera importante.

En utilisant alors le théorème de la variance totale :

$$Var(Y) = E[Var(Y|X_i)] + Var(E[Y|X_i]), \quad (2.4.11)$$

on peut considérer $E[Var(Y|X_i)]$ de manière équivalente. Plus ce chiffre sera grand, plus Y sera sensible à la variable X_i .

Pour avoir un résultat normalisé on peut adopter :

$$\frac{E[Var(Y|X_i)]}{Var(Y)}. \quad (2.4.12)$$

À partir du résultat précédent et de la décomposition de la variance on peut donc définir naturellement les indices de sensibilité de Sobol :

$$S_i = \frac{V_i}{V}, \quad (2.4.13)$$

$$S_{ij} = \frac{V_{ij}}{V}, \quad (2.4.14)$$

et ainsi de suite.

Ces coefficients sont compris entre 0 et 1 et leur somme vaut 1. Leur interprétation est intuitive : les indices d'ordre 1 (S_i) représentent les influences des variables seules, ceux d'ordre 2 (S_{ij}) incarnent les impacts des interactions d'ordre 1 entre les variables X_i et X_j sur la sortie, etc. Toutefois, le nombre d'indices à évaluer croît très fortement avec la dimension de l'espace des entrées (il en faut $2^d - 1$ si le nombre de variables est d). Pour cela la notion d'indice de sensibilité total a été introduite par Homma et Saltelli ([91]). Elle exprime les effets d'une variable d'entrée sur la sortie.

$$S_{T_i} = S_i + \sum_{j \neq i} S_{ij} + \dots + S_{1\dots i\dots d} = \sum_{k \in \#i} S_k \quad (2.4.15)$$

Où $\#i$ représente tous les sous-ensembles d'indices contenant l'indice i . Par exemple, pour un modèle à trois variables d'entrée, $S_{T_2} = S_2 + S_{12} + S_{23} + S_{123}$. En grande dimension, seuls les indices d'ordre 1 et les indices totaux sont estimés en pratique.

Numériquement le calcul des indices de Sobol s'effectue classiquement à l'aide d'échantillons de Monte Carlo. Plusieurs méthodes ont été développées dans ce sens. Le problème réside dans le fait qu'il faut souvent des tailles d'échantillons importantes pour obtenir des précisions acceptables.

Méthodes numériques pour le calcul des indices de Sobol

On considère un N -échantillon $\tilde{X}_{(N)} = (X_{k1}, \dots, X_{kd})$ de réalisations des variables d'entrée (X_1, \dots, X_d) . Soit f_0 l'espérance de Y et V sa variance. Ces grandeurs sont estimées à partir de l'échantillon précédent de la manière suivante :

$$\hat{f}_0 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f(x_{k1}, \dots, x_{kd}) \quad (2.4.16)$$

$$\hat{V} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f^2(x_{k1}, \dots, x_{kd}) - \hat{f}_0^2 \quad (2.4.17)$$

Ensuite il faut estimer des variances d'espérances conditionnelles pour accéder aux indices de sensibilité. Pour obtenir les indices de sensibilité du premier ordre, on cherche à estimer :

$$V_i = V(E[Y|X_i]) = E[E[Y|X_i]^2] - E[E[Y|X_i]]^2 = U_i - E[Y]^2 \quad (2.4.18)$$

Sobol ([89]) a proposé une méthode pour estimer les U_i (espérance du carré de l'espérance de Y conditionnellement à X_i). Il s'agit d'estimer U_i comme une espérance classique mais en tenant compte du conditionnement à X_i , c'est à dire faire varier toutes les entrées sauf X_i entre deux appels à la fonction f . Il

faut pour cela utiliser deux échantillons de réalisations de variables d'entrées, $\tilde{X}_{(N)}^{(1)}$ et $\tilde{X}_{(N)}^{(2)}$. Ainsi \hat{U}_i se calcule de la façon suivante :

$$\hat{U}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f(x_{k1}^{(1)}, \dots, x_{k(i-1)}^{(1)}, x_{ki}^{(1)}, x_{k(i+1)}^{(1)}, \dots, x_{kd}^{(1)}) \times f(x_{k1}^{(2)}, \dots, x_{k(i-1)}^{(2)}, x_{ki}^{(1)}, x_{k(i+1)}^{(2)}, \dots, x_{kd}^{(2)}) \quad (2.4.19)$$

Les indices de Sobol du premier ordre sont estimés directement :

$$\hat{S}_i = \frac{\hat{V}_i}{\hat{V}} = \frac{\hat{U}_i - \hat{f}_0^2}{\hat{V}} \quad (2.4.20)$$

On procède de la même manière pour trouver les indices du second ordre :

$$\hat{V}_{ij} = V(E[Y|X_i, X_j]) - V_i - V_j = U_{ij} - E[Y]^2 - V_i - V_j \quad (2.4.21)$$

\hat{U}_{ij} se calcule en faisant varier toutes les entrées sauf X_i et X_j entre les deux exécutions de f :

$$\hat{U}_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f(x_{k1}^{(1)}, \dots, x_{k(i-1)}^{(1)}, x_{ki}^{(1)}, x_{k(i+1)}^{(1)}, \dots, x_{k(j-1)}^{(1)}, x_{kj}^{(1)}, x_{k(j+1)}^{(1)}, \dots, x_{kd}^{(1)}) \times f(x_{k1}^{(2)}, \dots, x_{k(i-1)}^{(2)}, x_{ki}^{(1)}, x_{k(i+1)}^{(2)}, \dots, x_{k(j-1)}^{(2)}, x_{kj}^{(1)}, x_{k(j+1)}^{(2)}, \dots, x_{kd}^{(2)}) \quad (2.4.22)$$

Et on obtient finalement :

$$\hat{S}_{ij} = \frac{\hat{U}_{ij} - \hat{f}_0^2 - \hat{V}_i - \hat{V}_j}{\hat{V}} \quad (2.4.23)$$

La méthode est la même pour trouver les indices de Sobol d'ordre supérieur, mais il est à noter que le calcul des indices d'ordre l nécessite d'avoir en sa possession tous les indices d'ordre 1 à $(l - 1)$. C'est pourquoi en pratique les ordres élevés sont rarement calculés.

Pour le calcul des indices totaux, on procède de façon similaire. Ceux ci peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$S_{T_i} = 1 - \frac{V(E[Y|X_{\sim i}])}{V} = 1 - \frac{V_{\sim i}}{V} \quad (2.4.24)$$

Où $V_{\sim i}$ est la variance de l'espérance de Y conditionnelle à toutes les variables sauf X_i . Puisque $V_{\sim i} = E[E[Y|X_{\sim i}]^2] - E[E[Y|X_{\sim i}]]^2 = U_{\sim i} - E[Y]^2$, On calcule $U_{\sim i}$ comme U_i sauf que, cette fois, seule X_i varie entre les deux appels à la fonction f .

$$\hat{U}_{\sim i} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f(x_{k1}^{(1)}, \dots, x_{k(i-1)}^{(1)}, x_{ki}^{(1)}, x_{k(i+1)}^{(1)}, \dots, x_{kd}^{(1)}) \times f(x_{k1}^{(1)}, \dots, x_{k(i-1)}^{(1)}, x_{ki}^{(2)}, x_{k(i+1)}^{(1)}, \dots, x_{kd}^{(1)}) \quad (2.4.25)$$

On obtient ensuite les indices totaux :

$$\hat{S}_{T_i} = 1 - \frac{\hat{U}_{\sim i} - \hat{f}_0^2}{\hat{V}} \quad (2.4.26)$$

Des études ont été menées pour essayer d'améliorer la façon de calculer numériquement les indices de Sobol. Ainsi Homma et Saltelli ([91]) remplacent le f_0^2 dans la formulation des S_i par le produit des fonctions f sur chacun des N -échantillons :

$$\hat{S}_i = \frac{\hat{U}_i - f(x_{k1}^{(1)}, \dots, x_{kd}^{(1)}) \times f(x_{k1}^{(2)}, \dots, x_{kd}^{(2)})}{\hat{V}} \quad (2.4.27)$$

Saltelli ([92]) a exposé une méthode pour calculer les indices totaux et les indices d'ordre 1 à partir du même jeu de résultats. Ensuite, Sobol et al. proposent [93] une variante pour estimer les V_i :

$$\hat{V}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f(x_{k1}^{(2)}, \dots, x_{kd}^{(2)}) \times [f(x_{k1}^{(1)}, \dots, x_{k(i-1)}^{(1)}, x_{ki}^{(2)}, x_{k(i+1)}^{(1)}, \dots, x_{kd}^{(1)}) - f(x_{k1}^{(1)}, \dots, x_{kd}^{(1)})] \quad (2.4.28)$$

Une autre version a été présentée par Jansen ([94]) :

$$\hat{V}_i = \hat{V} - \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N [f(x_{k1}^{(2)}, \dots, x_{kd}^{(2)}) - f(x_{k1}^{(1)}, \dots, x_{k(i-1)}^{(1)}, x_{ki}^{(2)}, x_{k(i+1)}^{(1)}, \dots, x_{kd}^{(1)})]^2 \quad (2.4.29)$$

Saltelli et al. ([95]) ont conclu que cette dernière formule était la meilleure pour estimer les indices totaux. Étant donné que c'est justement les indices totaux qui nous intéressent, nous utiliserons par la suite cette formulation adaptée au indices totaux (2.4.30).

$$\hat{V}_{\sim i} = \hat{V} - \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N [f(x_{k1}^{(2)}, \dots, x_{kd}^{(2)}) - f(x_{k1}^{(2)}, \dots, x_{k(i-1)}^{(2)}, x_{ki}^{(1)}, x_{k(i+1)}^{(2)}, \dots, x_{kd}^{(2)})]^2 \quad (2.4.30)$$

Stratégie pour le calcul des indices de Sobol

Si on note N la taille des échantillons de Monte Carlo considérés et p le nombre de variables d'entrées du modèle, regardons le coût numérique du calcul des indices de Sobol. Avec la formulation 2.4.27, il faut $2N$ appels à la fonction du modèle pour calculer la variance \hat{V} . Classiquement la taille N des échantillons doit être assez grande pour obtenir des résultats précis ($N > 10000$). Ensuite les déterminations des indices d'ordre 1 et des indices totaux possèdent le même prix, à savoir $p \times N$ chacun. Mais il est possible de les calculer tous avec seulement

$p \times N$ simulations (au lieu de $2p \times N$) selon Saltelli ([92]). Ensuite le coût numérique des indices des ordres plus élevés croît très vite (total de $2^p - 1$ termes et le calcul d'un indice de l'ordre i nécessite de connaître tous les indices des ordres 1 à $i - 1$).

C'est pourquoi, pour une étude classique, on détermine en premier les indices d'ordre 1 et les indices totaux pour un coût de $N(p+2)$. Si ces indices sont proches, il n'est pas nécessaire de poursuivre avec les indices d'ordres supérieurs. Au contraire, si des écarts importants sont constatés entre ces indices c'est que les interactions ont une part conséquente et l'évaluation des indices d'ordre 2 et plus, apportera de l'information supplémentaire.

Face à un problème demandant un temps d'exécution important, l'estimation précise des indices de Sobol est impossible (car nécessite une taille n très grande). Il faut alors passer par un métamodèle qui permettra de réaliser un grand nombre de simulations en un temps acceptable.

2.4.5 Métamodèles

Construire un métamodèle, c'est ériger un modèle mathématique représentatif du problème étudié, offrant une bonne précision et un temps de calcul négligeable. La construction et l'ajustement se font à l'aide de quelques simulations du code (ou quelques expériences). Souvent des techniques de moindres carrés sont utilisées. Trois étapes principales ressortent lors de la création d'un métamodèle :

- **Le choix du métamodèle**

Le choix du métamodèle est une tâche complexe, car pour chaque type de problème toutes les sortes de modèles ne seront pas aussi efficace. Les modèles les plus employés sont : les modèles linéaires généralisés ([96]), le krigeage ([43], annexe B.3), les réseaux de neurones ([97]), les polynômes splines ([98]), les modèles additifs généralisés ([99]), etc.

Pour démarrer il est souvent préférable de considérer le modèle le plus simple possible qui soit adapté aux objectifs de l'étude. Classiquement des modèles polynomiaux d'ordre compris entre 2 et 4 (pour optimiser le rapport précision/coût de construction) constituent des premiers choix raisonnables.

- **La planification des calculs**

Le plan d'expérience envisagé doit respecter certains critères :

- Posséder un coût de construction faible.
- Être efficace.
- Bien remplir l'espace d'échantillonnage des entrées.
- Être robuste (vis-à-vis de différents modèles).

- **La validation du modèle**

Classiquement il s'agit de vérifier que des résultats sur l'erreur quadratique moyenne, l'erreur en valeur absolue, etc. soient conformes aux attentes.

Après la construction et la validation du modèle, les effets principaux se calculent sans peine, soit directement soit en calculant les espérances conditionnelles par simulation.

N'ayant pas été utilisé dans nos études, le principe des métamodèles ne sera pas expliqué plus en détails dans cette section.

2.5 Démarche de prise en compte de l'incertain en RT

Une fois que le modèle et les entrées sont bien définis, les observables choisis, on s'intéresse à la partie propagation des incertitudes. Nous avons défini un cheminement pour le déroulement des simulations afin de prendre en compte efficacement les incertitudes. On considère donc un cas de RT, comportant d variables d'entrées aléatoires $X = (X_1, \dots, X_d)$. On s'intéresse à la sortie du modèle $Y = f(X)$.

Démarche

Comme expliqué précédemment les variations ont lieu entre les deux étapes du RT, ce qui signifie que la première étape du RT sera la même quelles que soient les variations des entrées. Cette première phase sera donc simulée une seule fois et les résultats seront conservés pour être réinjectés dans chacune des secondes phases (avec variations des paramètres).

Ensuite on cherche à déterminer les entrées dont les fluctuations auront les plus fortes conséquences sur la sortie. Pour cela on utilise des méthodes d'AS, principalement la méthode de Morris. La discrétisation et le nombre de points de départ seront choisis en fonction de la complexité (à première vue) du cas considéré, le tout étant de rester efficace (coût faible pour obtenir un résultat « assez » précis). Le graphe de résultats fait ressortir quelques variables ayant des poids plus forts que le reste sur la sortie. Si ces quelques paramètres sont peu nombreux et bien dégagés des autres le modèle peut être réduit à ces quelques coefficients.

La méthode de Sobol permet aussi d'obtenir un classement « global » des VA pour un coût acceptable en faisant des concessions en matière de précision (résultats qualitatifs sur les indices totaux). Ces résultats nous permettent de vérifier les conclusions de la méthode de Morris.

La méthode de CS peut alors être utilisée de manière efficace pour calculer après convergence les moments statistiques des différents observables. On possède alors des informations sur l'effet des variations des entrées sur les sorties

du modèle.

Cependant il est nécessaire de pouvoir rapprocher les résultats précédents avec le RT appliqué sans aléa sur le même cas. Pour cela on peut définir des critères chiffrés qui permettront de mieux cerner les conséquences des fluctuations des entrées.

Critères de mesure des impacts

On définit le Rapport d'Amplitude (RA) comme le rapport entre la valeur de l'observable après convergence de la CS et la valeur obtenue sans aléas. on l'exprime en pourcentage. Le nom vient du fait que le premier observable que l'on regarde souvent est l'amplitude du maximum du signal (appelé aussi « pic de focalisation ») reçu après RT. On définit ce critère comme ceci :

$$RA = 100 \times \frac{\mu(E_{max})}{E_{max}^0}, \quad (2.5.1)$$

où $\mu(E_{max})$ représente la moyenne de CS de l'observable considéré, E_{max}^0 est la valeur obtenue sans aléa lors de la seconde phase de RT.

La CS donne la moyenne, mais aussi l'écart-type, cela permet de calculer le Coefficient de Variation (CV). Il est défini aussi en pourcentage et permet d'estimer la dispersion du cas. On l'exprime comme suit :

$$CV = 100 \times \frac{\sigma(E_{max})}{\mu(E_{max})}, \quad (2.5.2)$$

où $\sigma(E_{max})$ représente l'écart-type de CS de l'observable considéré.

L'impact des variations, comme la dispersion relative du cas étudié peut alors être « véritablement » quantifiée. La validité du RT en fonction des amplitudes de variations des entrées peut être définie.

Résumé

En résumé, notre démarche de prise en compte de l'incertain dans le RT peut s'écrire ainsi :

1. Première étape de RT \Rightarrow conservation des résultats reçus.
2. Seconde étape de RT sans aléas, sauvegarde des résultats reçus pour référence dans la suite.
3. Phase d'analyse de sensibilité (Morris, Sobol,...), détermination des variables prédominantes (si possible).
4. Réduction du modèle aux seules entrées prépondérantes.
5. Phase de CS sur modèle réduit (en nombre de VA), obtention des moments statistiques des observables .

6. Calcul de critères chiffrés, l'impact des variations est quantifié.
7. Comparaison avec MC pour confirmation de la bonne précision (si envisageable).

Ce chapitre a permis d'aborder les notions théoriques principales, préalables à la compréhension des traitements réalisés durant cette thèse.

D'un côté, le processus de RT constitue l'environnement de base des travaux entrepris. Son principe, ses propriétés, ses contraintes ont donc été détaillés.

D'autre part, les techniques de prise en compte de l'incertain et les méthodologies associées (dont celle définie dans la dernière section du chapitre) constituent une part importante des recherches effectuées. En particulier, la méthode de CS et certaines techniques d'AS (méthode de Morris et indices de Sobol), ont été expliquées précisément.

Le chapitre suivant s'attachera à la mise en œuvre de ces éléments théoriques sur des problématiques canoniques. Ceci visera à vérifier l'efficacité et la viabilité de la méthode de CS dans un contexte incluant RT et « incertain ». On cherchera également à montrer l'intérêt des techniques d'AS dans le contexte précédent, en ayant pour objectif l'application de ces formalismes sur ces cas industriels.

Chapitre 3

Paradigme numérique

Sommaire

3.1	Illustration sur des cas académiques (méthode de CS)	81
3.1.1	Déplacement d'un objet métallique entre les étapes du RT	82
3.1.2	Changement des propriétés diélectriques du milieu de propagation (ϵ_r)	97
3.1.3	Combinaison des aléas précédents	101
3.1.4	Conclusion	102
3.2	Mise en place et premiers tests des méthodes d'analyse de sensibilité	103
3.2.1	Formule analytique illustrative	103
3.2.2	Ligne de transmission	108
3.2.3	Efficacité de blindage d'un caisson métallique avec ouverture	113

Ce chapitre présente dans un premier temps quelques cas académiques construits pour mettre en œuvre et tester l'efficacité de la méthode de CS sur des problèmes de RT. Diverses configurations sont mises à l'épreuve. Ainsi, plusieurs types d'aléas sont introduits entre les deux étapes du RT.

Le premier prend la forme d'un déplacement aléatoire d'un objet métallique dans le milieu de propagation. Les contraintes de grande précision requise, pour les positions des points de CS, ont amené le développement d'un maillage « à pas variable ».

Le second est une variation de la permittivité relative du milieu de propagation. Des tests ont été effectués dans un domaine comportant une zone diélectrique, puis les changements de permittivité sont appliqués sur l'espace entier. Ces différents aléas sont ensuite couplés pour construire une problématique plus complexe et expérimenter la robustesse de la méthode de CS.

Dans un deuxième temps, les méthodes d'analyse de sensibilité présentées dans le chapitre précédent sont appliquées sur des cas canoniques afin de tester leur mise en place et leurs limites. Des tests sont effectués sur la précision de ces méthodes en fonction de l'investissement en terme de coût numérique. Ils ont pour but de déterminer l'intérêt ou non de l'application de ces méthodes comme préalable à l'application de la méthode de CS. Quand les méthodes d'AS permettent de faire ressortir quelques VA prédominantes, des tests sont effectués sur l'utilisation de la méthode de CS sur le modèle réduit à ces seules variables prépondérantes. Des comparaisons sont réalisées entre résultats de la CS sur modèle réduit (seules les VA prédominantes) et solutions de MC sur modèle complet (toutes les VA).

3.1 Illustration sur des cas académiques (méthode de CS)

La méthode de CS a déjà fait ses preuves sur des problèmes de CEM lors de précédentes études ([17]). Il a fallu vérifier ici le bon comportement de la CS appliquée à des cas de RT. Pour cela des problèmes académiques « simples » ont été créés. La simulation du processus de RT a été mise en place dans des domaines 2D et les calculs ont été réalisés avec le logiciel MATLAB MathWorks [®].

Plusieurs cas de calculs ont été définis, afin de traiter différents types d'aléas. Tout d'abord, des déplacements aléatoires sont appliqués entre les étapes du RT sur un objet métallique présent initialement au centre du domaine. Des tests sont effectués pour des mouvements suivant la direction (O_x), la direction (O_y) puis en deux dimensions suivant (O_x) et (O_y). Ensuite une incertitude portera sur la permittivité relative d'une zone à l'intérieur du domaine. Enfin, ce dernier aléa sera étendu à l'ensemble du domaine de calculs. Une étude concernera également un cas couplant un aléa de déplacement et une variation de permittivité relative.

Ces différents cas comportent un certain nombre de spécifications communes. Le milieu d'étude est un domaine 2D de $300 \times 300 \text{ cm}^2$. Une taille de maille de 1 cm est adoptée dans les deux directions, ce qui implique une fréquence maximale de 3 GHz afin de respecter le critère CFL du schéma retenu pour les simulations. À la source, un champ électrique (E) de forme gaussienne est injecté. Il a été montré que le nombre de récepteurs possède une influence sur le signal refocalisé [22]. Cependant, le but de nos cas simples n'est pas de tirer des conclusions physiques mais de mettre en place la méthode de CS. C'est pourquoi, l'usage d'un seul récepteur est ici suffisant. Pour des raisons pratiques, le choix est donc fait d'utiliser une source et un récepteur. Ceux-ci seront placés dans des coins opposés du domaine. Des réflecteurs PEC (Perfectly Electric Conductor) sont positionnés sur les bords du domaine. Plusieurs tailles seront considérées. En effet il peut être intéressant de tester la méthode pour diverses propriétés réflectrices du milieu. D'autres réflecteurs de 50cm sont positionnés pour assurer une certaine asymétrie au domaine de calcul (en noir sur la figure). Ces caractéristiques sont présentées sur la figure 3.1.

Pour des raisons pratiques, dans toute la suite, des lois de probabilité uniformes seront utilisées. En effet, cela permet de borner les valeurs des aléas pour les forcer à rester dans des intervalles acceptables (utile par exemple pour une position d'objet qui ne doit pas dépasser une zone de mailles de taille fixe). De plus la méthode de CS étant non-intrusive, le changement de loi de probabilité ne change rien à la procédure, seuls les choix des réalisations déterministes seront différents (les pondérations seront elles aussi adaptées). Enfin, comme observable pour ces premiers tests, seule l'amplitude maximale de focalisation du champ E , vu par la source lors de la seconde étape, est analysée.

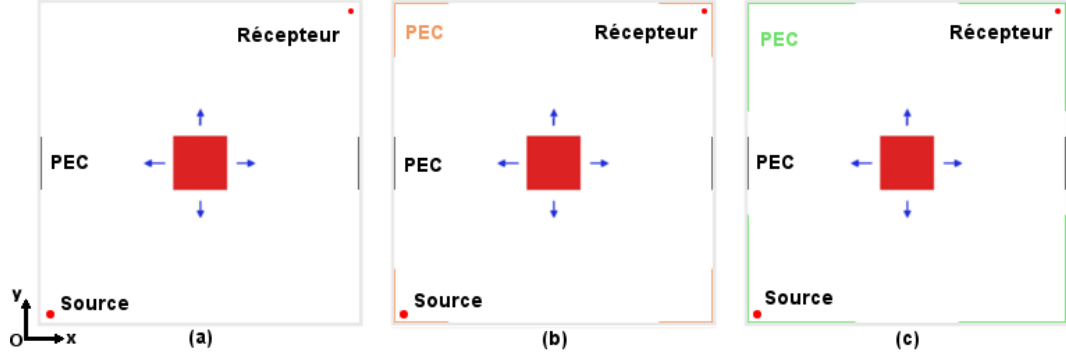


Figure 3.1 – Schémas du domaine 2D avec les trois configurations de réflecteurs PEC. (a) réflecteurs de $0cm$, (b) réflecteurs de $50cm$, (c) réflecteurs de $100cm$.

3.1.1 Déplacement d'un objet métallique entre les étapes du RT

Intuitivement, le déplacement d'un élément présent dans le milieu de propagation entre les étapes du RT est aisément concevable. En effet, pour des applications de RT de traitement de tumeur (où des aléas dus à la respiration notamment peuvent apparaître [100]) ou de détection par exemple, des composants ont pu être déplacés entre les étapes du RT. On considère donc dans un premier temps un objet métallique de taille $50 \times 50cm^2$ positionné initialement au centre du domaine et qui va se déplacer entre les deux étapes du RT. Ce modèle simplifié nous permet d'étudier l'utilité de la méthode de CS pour prévoir l'impact de ce type de variation sur le RT.

3.1.1.1 Étape préliminaire : Test de refocalisation spatiale

L'objectif de ces études sur « cas académiques » est de prendre en compte les variations engendrées par des incertitudes pendant le processus de RT. Les observables considérés dans ce procédé sont plus complexes que dans d'autres types de problèmes (cas du paragraphe 3.2 par exemple) et sont liés au déroulement du processus de RT (voir paragraphe 2.1). C'est pourquoi, une première étape consiste à s'assurer que le RT, même dégradé, fonctionne toujours au moins à minima. Dans le cas contraire, l'étude présenterait un intérêt très réduit. Cette idée peut s'illustrer de la façon suivante : tant que l'on ne dépasse pas une valeur limite (par exemple le niveau du pic de focalisation qui se confond avec le bruit alentour) il est possible de quantifier l'impact des incertitudes. Si ce seuil est dépassé, peu importe l'intensité des changements, la refocalisation du RT en un pic n'a plus lieu, mesurer une valeur n'a plus de sens.

Nous avons donc cherché à déterminer des limites aux aléas appliqués en observant la capacité de focalisation spatiale. Pour cela nous avons utilisé les domaines

précédents et appliqué paramétriquement des déplacements d'un objet métallique (initialement placé au centre du domaine) selon la direction (O_x) entre les deux étapes du RT.

Le cas de calcul se définit comme suit : dans un domaine 2D de taille $300 \times 300 \text{ cm}^2$ discrétisé en mailles de 1cm, un objet métallique de taille $50 \times 50 \text{ cm}^2$ est positionné au centre du domaine lors de la première étape du RT. Un champ E de forme gaussienne et de fréquence maximale égale à 3GHz est émis durant première étape à la source positionnée dans un coin du domaine, un récepteur est placé dans le coin opposé. Ces positions sont les mêmes que sur les schémas de la figure 3.1. Les bords du domaine sont recouverts de métal parfait (PEC) pour augmenter au maximum les propriétés réflectrices du milieu. Différentes « secondes » étapes de RT sont simulées en changeant paramétriquement la position de l'objet métallique. Pour chacun de ces calculs, le maximum du champ E est enregistré sur un quart du domaine (autour du point source de la première étape).

Les figures 3.2, 3.3 et 3.4 montrent la tache focale obtenue pour respectivement le cas sans modification, un déplacement de 4cm (représente un aléa faible) et un déplacement de 20cm (symbolise un aléa fort). Pour ces cas avec déplacement, l'amplitude de focalisation est observée relativement à celle obtenue pour le cas sans aléa.

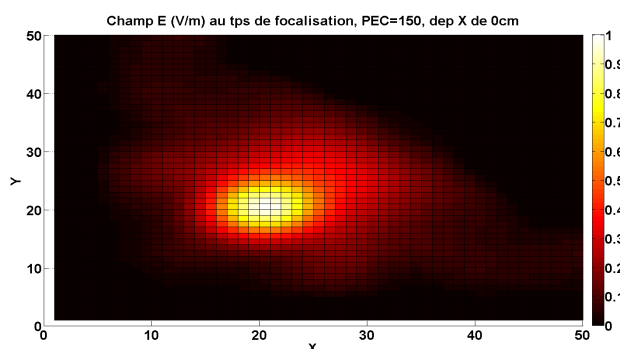


Figure 3.2 – Maximum de champ reçu dans la zone autour du point source pour une « seconde étape » sans changement

On remarque tout de suite que, si l'intensité du changement entre les deux étapes est faible, le RT est impacté, affaibli, mais l'effet reste quantifiable (figure 3.3). En présence d'une variation très forte, la capacité du RT à refocaliser au bon endroit est trop affectée (figure 3.4). Il n'y a plus rien à quantifier. Toutefois, cette conclusion reste soumise à l'interprétation de l'utilisateur et dépend des applications et des attentes.

Pour plus de détails, la figure 3.5 présente le niveau du signal reçu au point source et la figure 3.6 exhibe l'éloignement de la focalisation (distance entre

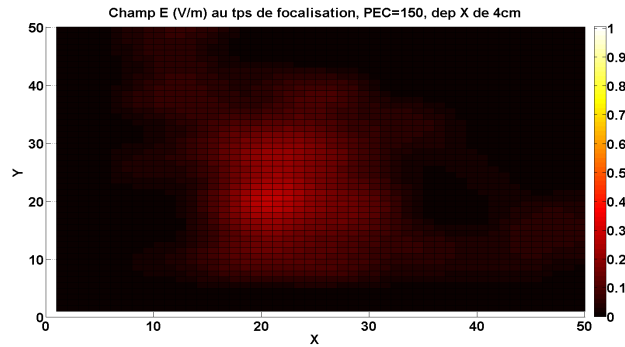


Figure 3.3 – Maximum de champ reçu dans la zone autour du point source, un déplacement de 4cm a eu lieu entre les deux étapes

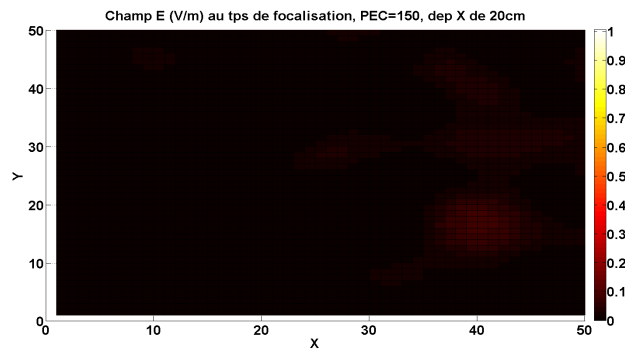


Figure 3.4 – Maximum de champ reçu dans la zone autour du point source, un déplacement de 20cm a eu lieu entre les deux étapes

position du maximum de champ reçu en deuxième étape et position de la source) en fonction de l'intensité de l'aléa appliqué.

Ces tests nous permettent de conclure pour ce problème précis, à une limite d'aléa d'environ 5cm . En effet, passé cette valeur limite, la figure 3.5 montre un niveau de focalisation au point source inférieur à 30% de l'amplitude attendue (pour un cas sans aléa). De plus, après 5cm d'après la figure 3.6, la variation de la distance du point de focalisation par rapport au point source n'est plus monotone. Cela pourrait engendrer des erreurs importantes en cas de calcul d'une valeur moyenne par interpolation par exemple.

Ces valeurs limites étant dépendantes du problème étudié, pour chacun des cas étudiés dans la suite un test a été effectué afin de s'assurer de la refocalisation du RT après application des aléas.

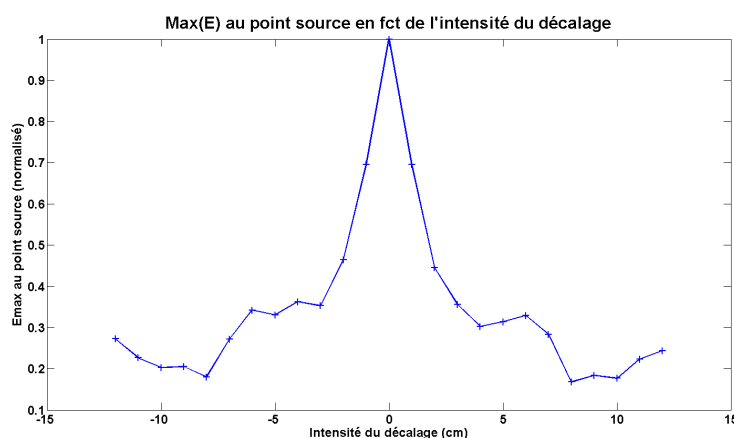


Figure 3.5 – Niveau maximum de champ reçu au point source en fonction du décalage de l'objet

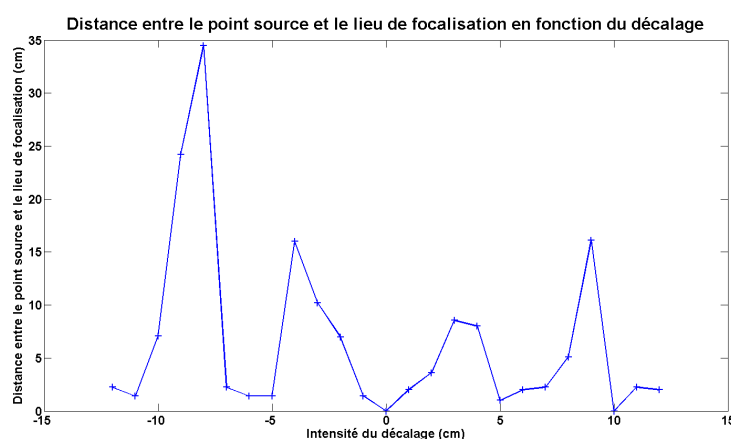


Figure 3.6 – Distance entre le point source et le lieu de la réception du maximum de champ en fonction du décalage de l'objet

3.1.1.2 Positionnement précis des éléments mobiles

Avec le choix d'un aléa de déplacement, les points de collocation correspondent à des positions dans l'espace. Ces positions doivent être disposées très précisément. Or, la méthode FDTD « classique » [57] ne permet pas de placer rigoureusement dans l'espace des objets dont les positions sont décalées par rapport à la « grille » car la taille des mailles est fixe. Beaucoup de travaux ont permis de développer des maillages variables ou encore des sous-maillages en FDTD ([58]), néanmoins nous souhaitons utiliser un outil très simple, efficace, à moindre coût informatique, et aisément généralisable en 2D. Nous avons donc développé une méthode simple de création de maillages à pas variables

afin d'être capable de prendre en compte les positions très précises des points de collocation stochastique.

Maillage à pas variables en FDTD

La création d'un maillage à pas variables en FDTD n'est pas directe car ce dernier doit respecter un cahier des charges précis. En effet nous fixons comme objectif pour ce maillage :

- Prendre en compte très précisément les positions des points de CS,
- Avoir un impact très limité sur les résultats déterministes,
- Posséder un coût de construction négligeable,
- Respecter les contraintes numériques de la FDTD.

Si ces contraintes ne sont pas respectées, toute la chaîne de calculs peut aboutir à des résultats complètement faux et les erreurs numériques supplantent alors les impacts physiques des déplacements.

Pour illustrer ce phénomène, un cas test est construit. Un objet « transparent » est positionné initialement au centre du domaine, sa position change entre les étapes du RT. Le maillage va s'adapter à un déplacement de l'objet mais ce dernier n'est pas présent dans le milieu, seules les tailles des mailles varient. Plusieurs réalisations sont effectuées avec à chaque fois une position différente de l'objet virtuel. Le signal reçu au point source est enregistré pour toutes ces réalisations. Une FFT est ensuite effectuée et celle-ci est comparée à une FFT du signal recueilli pour un cas de référence (sans aléa). L'erreur est alors exprimée en pourcentage suivant la formule suivante :

$$P = \left| \frac{E - E_0}{E_0} \right| \times 100, \quad (3.1.1)$$

où E représente la valeur du signal reçu après RT pour une position donnée de l'objet transparent, E_0 est la valeur du signal obtenu pour la cas avec un maillage « classique » à mailles régulières.

La figure 3.7 montre l'erreur obtenue à diverses positions de l'objet transparent, pour un maillage à pas variable construit « sans précautions » (absorption des décalages de l'objet transparent par des modifications arbitraires des tailles de mailles). Celui ci possède une forte incidence sur les résultats.

Pour certaines positions l'erreur numérique apparaît très importante (même supérieure au signal). Cela prouve l'importance de l'optimisation de la construction du maillage.

Détails des spécifications imposées au maillage optimisé

Afin d'obtenir un maillage variable induisant le minimum d'erreur possible sur les résultats, et pour respecter les caractéristiques des problèmes envisagés, le domaine de calcul sera divisé de la façon suivante :

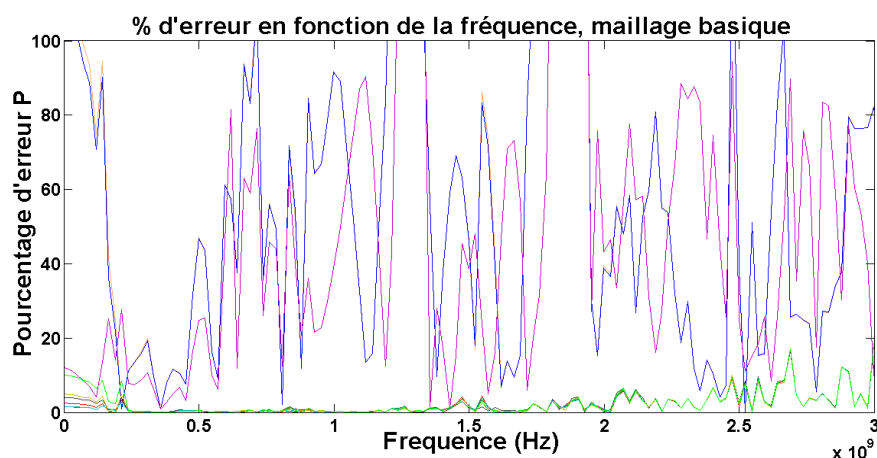


Figure 3.7 – Exemple d'un maillage avec un fort impact sur les résultats, les courbes correspondent à différentes positions de l'objet transparent

- Une zone de mailles de tailles fixes dans laquelle sera positionné l'objet,
- Deux zones de mailles de tailles variables pour absorber les déplacements de la zone centrale (liée à l'objet),
- Deux zones dans lesquelles les mailles ont une taille fixe et dans lesquelles seront positionnés la source et le récepteur.

Cette décomposition est illustrée sur la figure 3.8.

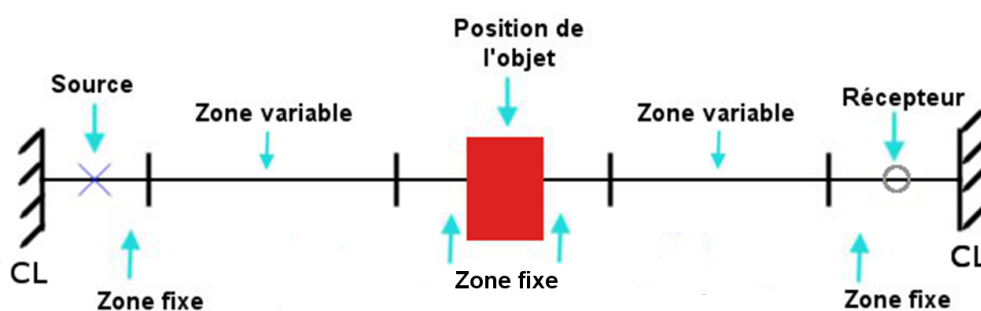


Figure 3.8 – Schéma 1D du découpage du domaine en zones de mailles fixes et variables pour positionner l'objet « transparent »

La création de deux zones « tampon » où les tailles des mailles vont être modifiées permet d'absorber les mouvements des objets présents au centre du domaine. Certaines contraintes supplémentaires interviennent ensuite concernant ces régions de mailles de tailles variables.

Conséquences inhérentes à la création d'un maillage à pas variable

Pour conserver les conditions CFL, créer des mailles de tailles inférieures à celles uniformes entraînerait une modification du pas de temps δt . Ceci introduirait des différences entre les simulations d'un même problème et donc fausserait les résultats. Nous faisons donc le choix de prendre des tailles de mailles plus grandes pour les zones variables. Leur nombre et leurs tailles doivent être limités afin de restreindre la dispersion numérique. Ainsi, nous faisons croître (et décroître) les dimensions des mailles de façon régulière et nous fixons une taille de maille maximale égale à 1.2 fois la taille classique, soit 1.2cm. Cette dimension maximale proche de la dimension « standard » du reste des mailles du domaine permet un taux de croissance entre cellules consécutives assez faible pour ne pas entraîner d'erreur numérique. La figure 3.9 montre la taille des mailles en fonction de la position (problème 1D). Les zones tampons forment des « pics » encadrant la zone de mailles centrale.

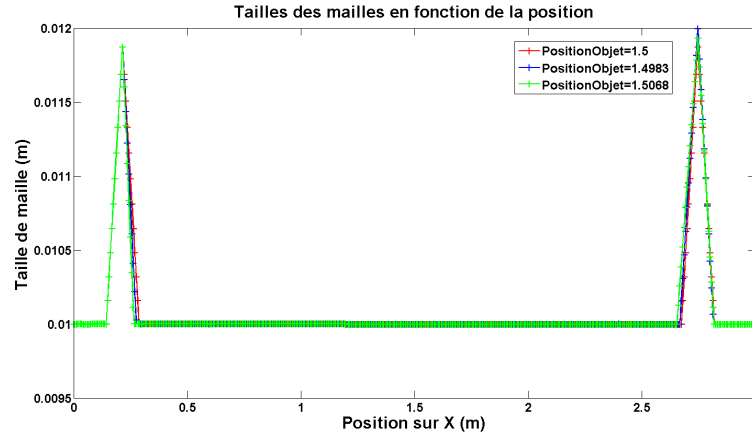


Figure 3.9 – Profil des tailles de mailles en fonction de la position de celles-ci pour différentes positions de l'objet

En outre, les profils de tailles de mailles sont construits de manière à rester proches entre les différentes simulations (les « pics » sont très proches les uns des autres). Cette disposition de maillage à pas variable engendre très peu d'erreur, comme le montre la figure 3.10. Le même procédé de calcul que pour l'exemple du maillage non-optimisé a été utilisé. Après FFT une erreur moyenne de l'ordre de 2% est constatée sur toute la bande de fréquence.

De plus, des calculs portant sur l'amplitude de focalisation seule (au lieu de l'ensemble du signal reçu avec la FFT) sont effectués. En effet, c'est l'observable qui sera étudié dans les cas considérés. Les points de collocation sont déterminés pour un déplacement selon la direction (O_x) d'un objet transparent suivant une loi uniforme. Pour représenter l'erreur engendrée par le maillage, il est possible d'avoir recours au coefficient de variation (CV, voir relation 2.5.2 du paragraphe 2.5). En effet, celui-ci mesure la dispersion entre les cas. Si le maillage

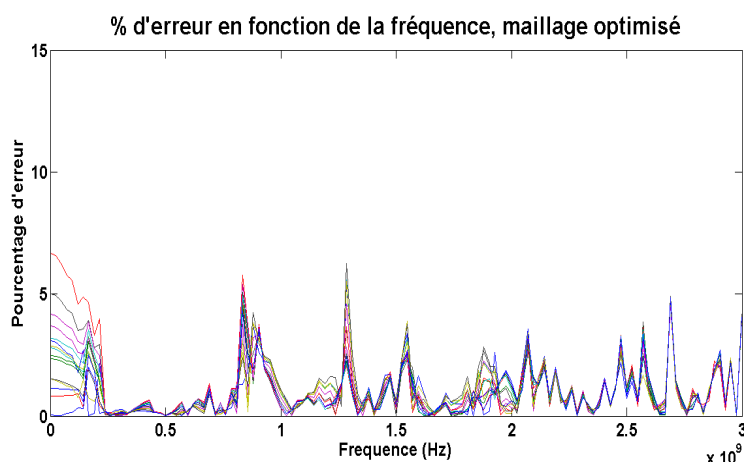


Figure 3.10 – Pourcentages d’erreur pour des simulations avec un maillage optimisé

n’avait aucun impact, les signaux devraient être les mêmes pour tous les cas, la dispersion et le CV seraient alors nuls. En mesurant le CV, les écarts entre les cas, et donc les erreurs produites par le maillage sont prises en compte. Les CV sont calculés pour plusieurs configurations possédant divers degrés de propriétés réverbérantes et exposés dans le tableau 3.1.

Tableau 3.1 – Coefficients de variation pour les positions de CS d’un objet transparent, les trois configurations de la figure 3.1 sont utilisées

Taille PEC	0cm	50cm	100cm
CV (%)	5.9897^{-04}	3.1124^{-02}	1.2284^{-02}

L’erreur engendrée par le maillage sur l’amplitude de focalisation est extrêmement faible (inférieure à 0.1%). C’est ce modèle, généralisé en 2D, qui sera utilisé pour les problèmes impliquant un aléa sur la position d’un objet.

3.1.1.3 Application de la méthode de CS

Après s’être assuré que les conditions numériques nécessaires à la simulation d’un déplacement aléatoire d’un objet virtuel entre les étapes du RT sont respectées, la méthode de CS est appliquée. Dans un premier temps, une seule direction de variation ((O_x) ou (O_y)) est retenue. Des tests sont alors effectués pour les trois configurations de réflecteurs PEC (0cm, 50cm et 100cm) présentées sur la figure 3.1 avec des amplitudes d’aléa de 1cm à 5cm. Les éléments (source, récepteur, objet métallique) ainsi que leurs caractéristiques (positions, forme du signal) restent identiques.

Déplacement selon la direction (O_x)

L'objet métallique se déplace selon la direction (O_x) entre les deux étapes du RT. Sa position peut être écrite de la façon suivante : $X = X_0 + u_i$ où X_0 représente la position initiale de l'objet et u_i est une variable aléatoire qui suit une loi uniforme sur $[-i, i]$, avec $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

La figure 3.11 montre les signaux reçus après RT avec une intensité d'aléa de $5cm$ pour la configuration comportant des réflecteurs de $50cm$, avec un zoom sur le pic de focalisation qui fera l'objet de notre étude.

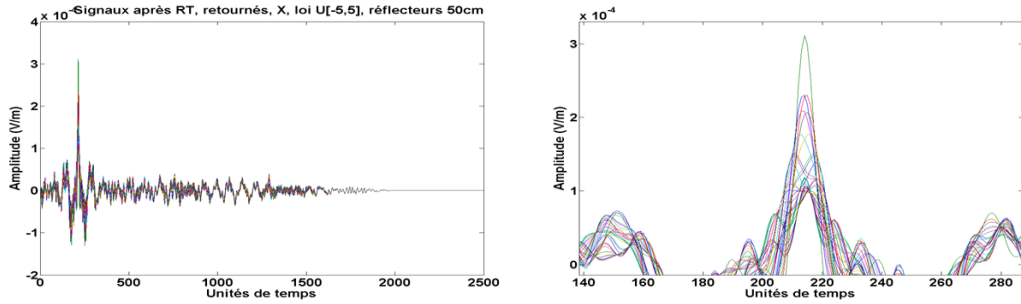


Figure 3.11 – Signaux reçus après RT (total à gauche, zoom sur le pic de focalisation à droite) avec un aléa de $5cm$ et des réflecteurs de $50cm$. Les courbes correspondent aux points de CS ($3 + 5 + 7 + 9$)

Même si la forme générale des signaux reçus reste la même (reste dans les limites du RT, voir paragraphe précédent), l'amplitude du pic de focalisation varie beaucoup. Cela tend à prouver que les variations entre les étapes du RT ont bien une influence sur le procédé et en particulier sur l'intensité maximale du signal reçu en seconde étape. Nous essayons maintenant de quantifier cet impact avec la méthode de CS.

Les résultats de la méthode de CS sur ce cas 2D sont présentés sur les figures 3.12, 3.13 et 3.14 pour les trois configurations de réflecteurs. Les moyennes calculées avec la méthode de CS encadrées par les écart-types sont exposées en fonction de l'intensité de l'aléa (de $1cm$ à $5cm$).

La CS converge très rapidement quelle que soit l'intensité de l'aléa et pour chacune des configurations. L'augmentation de l'intervalle de variation fait naturellement croître l'écart-type.

Afin de mieux visualiser ces résultats, les moyennes calculées par la méthode de CS, ainsi que les coefficients de variation (CV) et les rapports d'amplitudes (RA), définis dans la suite, sont exprimés pour les aléa les plus forts ($[-5cm, 5cm]$) dans le tableau 3.2.

Pour rappel, le CV se calcule de la façon suivante :

$$CV = 100 \times \frac{\sigma(E_{max})}{\mu(E_{max})}, \quad (3.1.2)$$

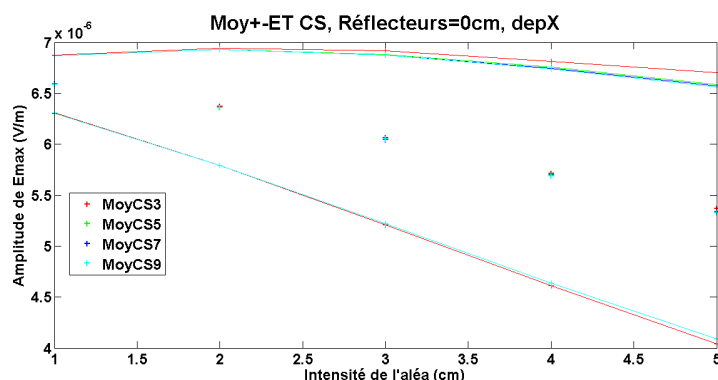


Figure 3.12 – Moyennes calculées par CS encadrées par l'écart-type pour des aléas de 1cm à 5cm et des réflecteurs de taille 0cm , pour un déplacement suivant (O_x)

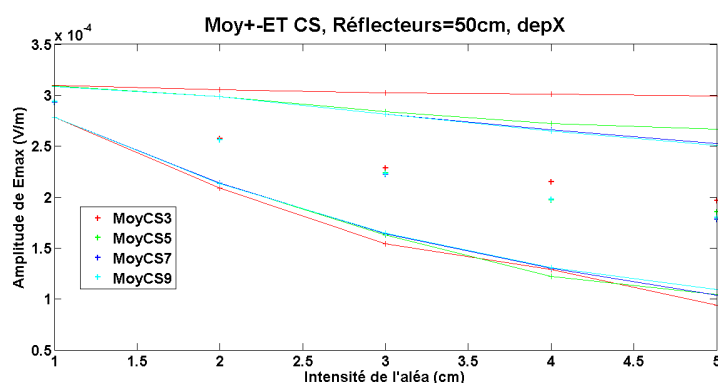


Figure 3.13 – Moyennes calculées par CS encadrées par l'écart-type pour des aléas de 1cm à 5cm et des réflecteurs de taille 50cm , pour un déplacement suivant (O_x)

Tableau 3.2 – Moyennes calculées par CS, CV et RA ; déplacement suivant (O_x)

Taille PEC	MoyCS3	MoyCS5	MoyCS7	MoyCS9	CV (%)	RA (%)
0cm	5.3704^{-6}	5.4594^{-6}	5.5263^{-6}	5.4915^{-6}	23.3513	82.12
50cm	1.9651^{-4}	1.8533^{-4}	1.7822^{-4}	1.8020^{-4}	39.2088	57.88
100cm	5.7575^{-4}	5.7152^{-4}	5.6507^{-4}	5.6464^{-4}	8.8881	102.89

où $\sigma(E_{max})$, l'écart-type calculé par CS et $\mu(E_{max})$, la moyenne estimée par CS sont donnés pour 9 points d'échantillonnage CS.

Le RA s'exprime ainsi :

$$RA = 100 \times \frac{\mu(E_{max})}{E_{max}^0}, \quad (3.1.3)$$

où E_{max}^0 est l'amplitude de focalisation du RT du cas sans aléa.

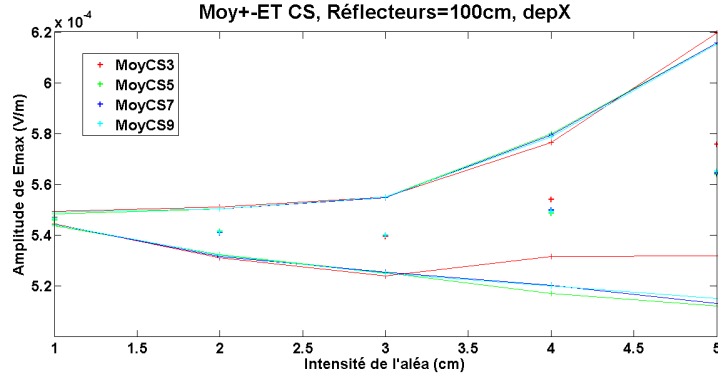


Figure 3.14 – Moyennes calculées par CS encadrées par l'écart-type pour des aléas de 1cm à 5cm et des réflecteurs de taille 100cm , pour un déplacement suivant (O_x)

Les données présentes dans le tableau 3.2, en plus de montrer la convergence rapide de la méthode de CS, fournissent des informations sur la dispersion des résultats et l'impact des variations sur l'amplitude de focalisation du RT. Ainsi c'est dans la configuration comportant des réflecteurs de 50cm que le RT est le plus affecté. Au contraire, avec des réflecteurs de 100cm la dispersion des résultats est assez faible et l'amplitude de focalisation est très peu modifiée ($<3\%$). De par la théorie et l'expérience, on peut s'attendre à ce que plus le milieu soit réverbérant, meilleur soit la qualité du procédé de RT. Ce résultat se retrouve bien au regard des ordres de grandeur des amplitudes relevées en moyenne, mais la corrélation avec le niveau d'influence des aléas n'est pas possible. Cela justifie le fait d'étudier les trois configurations ayant des propriétés réfléchrices différentes.

Déplacement selon la direction (O_y)

Cette fois-ci, le déplacement aléatoire de l'objet entre les étapes du RT a lieu selon la direction (O_y). Des résultats similaires à ceux obtenus pour le déplacement suivant (O_x) sont attendus. La position de l'objet est décrite de la façon suivante : $Y = Y_0 + v_j$ où Y_0 représente la position initiale de l'objet et v_j est une variable aléatoire qui suit une loi uniforme sur $[-j, j]$, avec $j \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Les résultats de la méthode de CS pour les trois configurations de réflecteurs sont présentés sur les figures 3.15, 3.16 et 3.17. Les moyennes calculées par la méthode de CS encadrées par les écart-types sont exposées en fonction de l'intensité de l'aléa (de 1cm à 5cm).

A l'instar des cas du paragraphe précédent, la méthode de CS converge très rapidement et l'écart-type augmente bien en parallèle à l'accroissement de l'intensité de l'aléa. Ces résultats révèlent l'efficacité de la méthode de CS. Seules quelques réalisations déterministes permettent d'atteindre un résultat convergé.

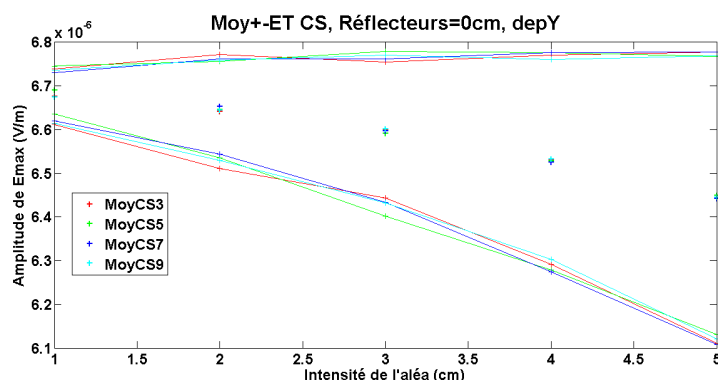


Figure 3.15 – Moyennes calculées par CS encadrées par l'écart-type pour des aléas de 1cm à 5cm et des réflecteurs de taille 0cm , pour un déplacement suivant (O_y)

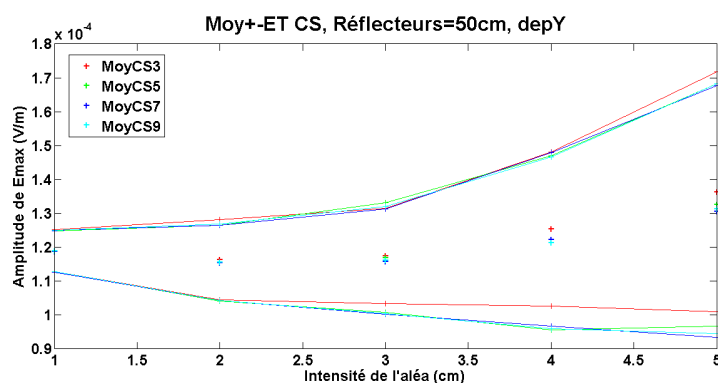


Figure 3.16 – Moyennes calculées par CS encadrées par l'écart-type pour des aléas de 1cm à 5cm et des réflecteurs de taille 50cm , pour un déplacement suivant (O_y)

Afin de contrôler la précision de la méthode de CS, une comparaison est effectuée avec des réalisations de MC qui nous servent de référence. La figure 3.18 illustre les résultats pour la configuration de réflecteurs de 50cm .

Un très bon accord est constaté entre les moyennes calculées avec la méthode de CS et celles issues des premières réalisations de MC. Cela tend à prouver la bonne précision de la méthode. Même s'il n'est pas représenté ici, une bonne convergence de l'écart-type est aussi constatée (Celle-ci est plus difficile à obtenir du fait de l'ordre supérieur du moment).

Comme pour le déplacement suivant la direction (O_x), les données obtenues par CS de la moyenne, du CV et du RA pour chaque configuration de réflecteur PEC sont présentées dans le tableau 3.3.

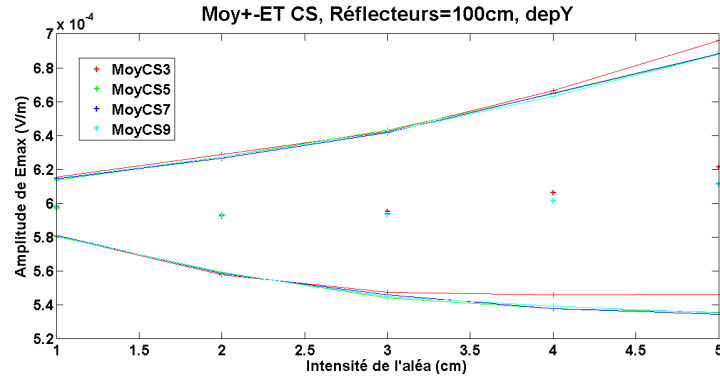


Figure 3.17 – Moyennes calculées par CS encadrées par l'écart-type pour des aléas de 1cm à 5cm et des réflecteurs de taille 100cm , pour un déplacement suivant (O_y)

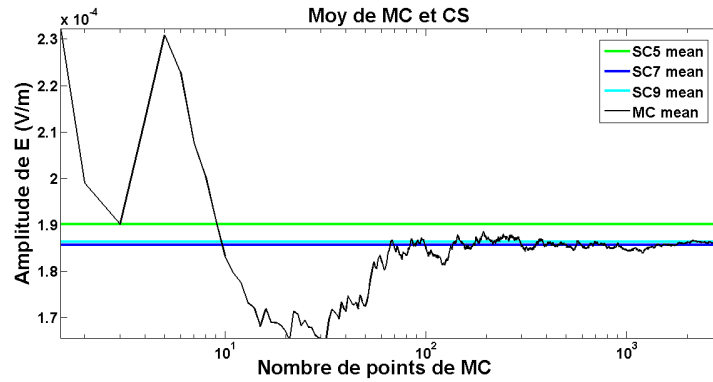


Figure 3.18 – Moyennes calculées par CS et MC pour ; déplacement suivant (O_y), réflecteurs de 50cm

Tableau 3.3 – Moyennes calculées par CS, CV et RA ; déplacement suivant (O_y)

Taille PEC	MoyCS3	MoyCS5	MoyCS7	MoyCS9	CV (%)	RA (%)
0cm	6.4445^{-6}	6.4496^{-6}	6.4425^{-6}	6.4449^{-6}	5.0267	96.38
50cm	2.0650^{-4}	1.9015^{-4}	1.8568^{-4}	1.8640^{-4}	36.1515	59.88
100cm	6.2134^{-4}	6.1185^{-4}	6.1155^{-4}	6.1178^{-4}	12.4747	111.48

Ce tableau montre certaines différences avec celui du cas de déplacement sur (O_x). La configuration dans laquelle le domaine possède des réflecteurs de 50cm montre toujours le plus de vulnérabilité face à un aléa sur le déplacement de l'objet métallique selon la direction (O_y). En revanche, pour la configuration avec 0cm de réflecteurs, l'aléa de déplacement selon la direction (O_y) a très peu d'impact sur l'amplitude de focalisation après RT. Pour les réflecteurs de 100cm , l'impact est au contraire plus fort que précédemment.

Déplacement d'un objet métallique suivant les deux directions ((O_x) et (O_y)) entre les étapes du RT

L'objet métallique se déplace maintenant selon les directions (O_x) et (O_y) entre les deux étapes du RT. Sa position (X, Y) peut être écrite de la façon suivante : $X = X_0 + u_i$, $Y = Y_0 + v_i$ où (X_0, Y_0) représente la position initiale de l'objet et (u_i, v_i) sont deux variables aléatoires indépendantes qui suivent une loi uniforme sur $[-i, i]$, avec $i \in \{1, 3, 5\}$. Les résultats de la méthode de CS pour les trois configurations de réflecteurs sont présentés sur les figures 3.19, 3.20 et 3.21. Les moyennes calculées avec la méthode de CS encadrées par les écart-types sont exposées en fonction de l'intensité de l'aléa (de 1cm à 5cm).

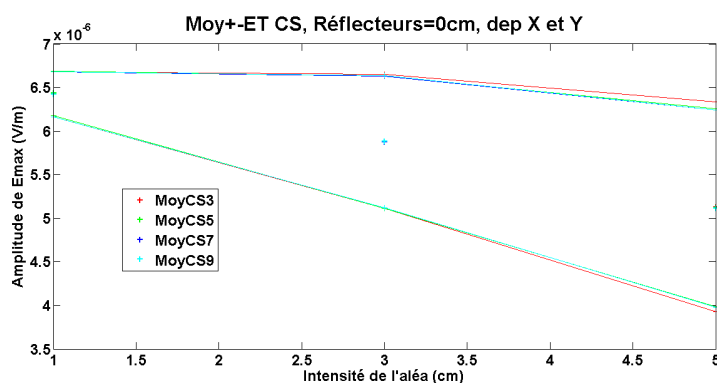


Figure 3.19 – Moyennes calculées par CS encadrées par l'écart-type pour des aléas de 1cm à 5cm et des réflecteurs de taille 0cm , pour un déplacement suivant (O_x) et (O_y)

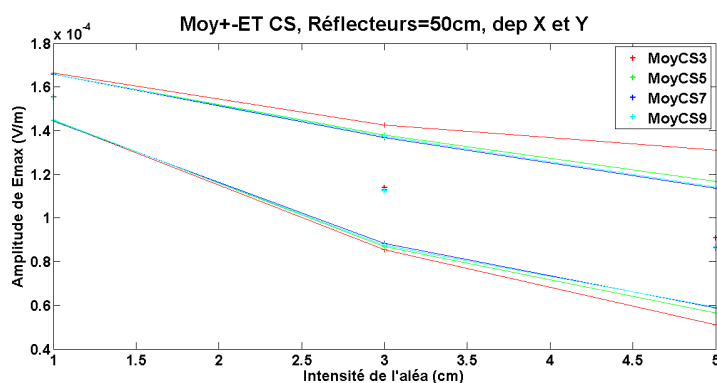


Figure 3.20 – Moyennes calculées par CS encadrées par l'écart-type pour des aléas de 1cm à 5cm et des réflecteurs de taille 50cm , pour un déplacement suivant (O_x) et (O_y)

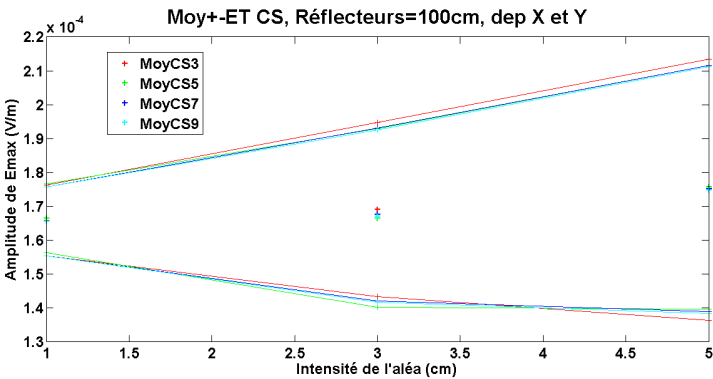


Figure 3.21 – Moyennes calculées par CS encadrées par l'écart-type pour des aléas de 1cm à 5cm et des réflecteurs de taille 100cm, pour un déplacement suivant (O_x) et (O_y)

La méthode de CS converge toujours très rapidement pour chacun des cas étudiés.

Comme pour le déplacement suivant la direction (O_x) ou (O_y), les données obtenues par CS de la moyenne, du CV et du RA pour chaque configuration de réflecteur PEC sont présentées dans le tableau 3.4. Ces résultats sont établis pour une intensité d'aléa de 5cm.

Tableau 3.4 – Moyennes calculées par CS, CV et RA ; déplacement suivant (O_x) et (O_y)

Taille PEC	MoyCS3	MoyCS5	MoyCS7	MoyCS9	CV (%)	RA (%)
0cm	5.1313^{-6}	5.1193^{-6}	5.1117^{-6}	5.1120^{-6}	22.1555	76.45
50cm	9.1055^{-5}	8.6692^{-5}	8.6274^{-5}	8.6728^{-5}	31.7238	27.86
100cm	1.7497^{-4}	1.7565^{-4}	1.7528^{-4}	1.7485^{-4}	20.8201	31.86

Pour chaque configuration, les coefficients de variation sont plutôt élevés (>20%). De plus les rapports d'amplitude sont très faibles, en particulier pour 50cm et 100cm (environ 30%). Les variations de la position de l'objet sur les deux directions (O_x) et (O_y) ont donc un très fort impact sur le RT, notamment pour les configurations avec des tailles de réflecteurs de 50cm et 100cm.

Une comparaison est effectuée avec des réalisations de MC (figure 3.22 pour les réflecteurs de 50cm) pour juger de la précision de la méthode de CS face aux résultats « de référence » (MC).

Cette figure montre le très bon accord entre les résultats obtenus avec la méthode de CS et la moyenne des réponses des réalisations de MC, ce qui démontre la justesse de la méthode de CS sur ce cas.

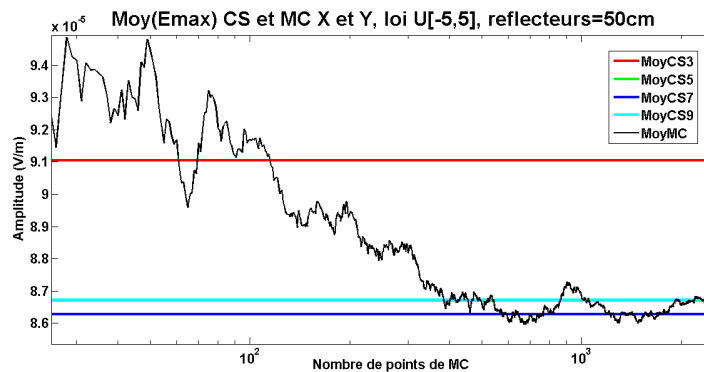


Figure 3.22 – Moyennes calculées par CS et MC ; déplacement suivant (O_x) et (O_y), réflecteurs de 50cm

La méthode de CS apparaît comme une méthode très efficace et précise pour la prise en compte des incertitudes concernant le déplacement d'un objet métallique entre les étapes du RT.

Pour autant, beaucoup d'autres types d'aléas peuvent toucher le RT. Nous cherchons donc dans la suite à étudier des modifications des propriétés physiques du milieu de propagation, et en particulier une variation de la permittivité relative.

3.1.2 Changement des propriétés diélectriques du milieu de propagation (ϵ_r)

Un aléa différent est désormais étudié. Il s'agit de la permittivité relative ϵ_r du milieu de propagation qui varie entre les étapes du RT. Le domaine et les différentes configurations réflectrices exposés précédemment sont conservés.

3.1.2.1 Spécification des cas

Afin de limiter la dispersion numérique, il a été expliqué au paragraphe 1.2.2.1 que la discrétisation spatiale (noté ici δx par souci de simplicité) doit être de l'ordre de $\lambda/10$, λ étant la longueur d'onde. Celle-ci se définit par l'expression suivante :

$$\lambda = \frac{c}{f}, \quad (3.1.4)$$

où c représente la vitesse de l'onde et f la fréquence. D'après la relation 1.2.20 du paragraphe 1.2.1.3, cette vitesse peut s'écrire :

$$c = \sqrt{\frac{1}{\epsilon\mu}}, \quad (3.1.5)$$

avec μ la perméabilité et ϵ la permittivité du milieu de propagation. La permittivité est, elle, définie par $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ (relation 1.2.18), où ϵ_0 représente la permittivité du vide, tandis que ϵ_r est la permittivité relative du milieu. Ces équations conduisent au fait que la discrétisation spatiale doit être de l'ordre de :

$$\delta x \approx \frac{1}{\epsilon_r} \times \frac{1}{10f\sqrt{\epsilon_0\mu}}. \quad (3.1.6)$$

En présence de permittivité relative supérieure à 1, ce qui sera le cas des tests présentés dans la suite, la discrétisation spatiale du maillage devra donc être plus fine.

Parmi les caractéristiques et hypothèses de la méthode FDTD, s'ajoute la limitation imposée par la prise en compte de contrastes diélectriques mesurés (différence importante de la permittivité entre deux mailles consécutives du domaine de calcul). Les études des paragraphes suivants éviteront cette difficulté en limitant ces contrastes.

3.1.2.2 Modification de la permittivité sur une zone du domaine

On considère dans un premier temps que seule une partie du domaine est sujette à un changement de permittivité relative entre les deux étapes du RT. Pour des raisons de simplicité, le choix de cette zone se porte sur celle qu'occupe initialement l'objet pour les cas précédents, i.e. une zone de $50cm \times 50cm$ au centre du domaine. La permittivité relative de la zone variable du milieu s'exprime de la façon suivante : $\epsilon_r = \epsilon_r^0 + u$, ϵ_r^0 étant la valeur moyenne de permittivité relative et u une VA qui suit une loi de probabilité uniforme. Dans le reste du domaine, la permittivité relative reste égale à 1.

Deux cas de calculs sont construits afin de tester plusieurs plages de variations de l'aléa.

Premier cas

Pour le premier cas, $\epsilon_r^0 = 5$ et u suit une loi uniforme sur $[-1, 1]$. Le tableau 3.5 regroupe les moyennes calculées avec la méthode de CS, le CV et le RA pour ce cas.

Tableau 3.5 – Moyennes calculées par CS, CV et RA ; ϵ_r suit une loi $\mathcal{U}[4, 6]$, $\epsilon_r^0 = 5$

Taille PEC	MoyCS3	MoyCS5	MoyCS7	MoyCS9	CV (%)	RA (%)
0cm	3.9943^{-6}	3.9885^{-6}	3.9976^{-6}	3.9949^{-6}	10.7419	89.51
50cm	7.7407^{-6}	7.7496^{-6}	7.7243^{-6}	7.7312^{-6}	6.6898	92.27
100cm	1.8174^{-5}	1.8198^{-5}	1.8221^{-5}	1.8218^{-5}	9.7615	93.14

La dispersion apparaît très faible, l'impact sur l'amplitude de focalisation est lui aussi minime (autour de 90% de l'amplitude conservée pour chaque configu-

ration).

Pour s'assurer de la précision de la méthode de CS, des simulations de MC sont effectuées. Les moyennes obtenues par la méthode de CS sont comparées aux résultats issus des réalisations de MC (figure 3.23).

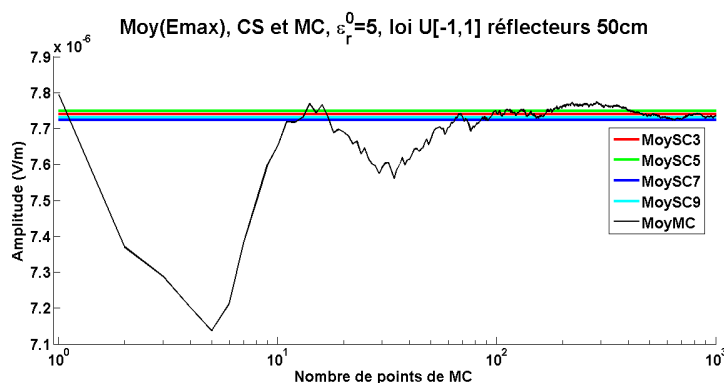


Figure 3.23 – Moyennes calculées par CS et MC pour l'aléa ϵ_r

Les moyennes issues de la méthode de CS et des réalisations de MC sont très proches. La méthode de CS est donc toujours très précise.

Deuxième cas

Dans le second cas, une plus grande différence entre la permittivité relative moyenne de la zone variable et celle du reste du milieu est utilisée. De même, une plage de variation plus grande est considérée, $\epsilon_r^0 = 15$ et u suit une loi uniforme sur $[-5, 5]$. Le tableau 3.6 regroupe les moyennes, les CV et les RA résultant des réalisations de CS effectuées sur ce cas.

Tableau 3.6 – Moyennes calculées par CS, CV et RA ; ϵ_r suit une loi $\mathcal{U}[10, 20]$, $\epsilon_r^0 = 15$

Taille PEC	MoyCS3	MoyCS5	MoyCS7	MoyCS9	CV (%)	RA (%)
0cm	1.1900^{-6}	1.1806^{-6}	1.1798^{-6}	1.1794^{-6}	4.4362	94.35
50cm	2.1892^{-6}	2.1869^{-6}	2.1786^{-6}	2.1833^{-6}	4.6653	94.39
100cm	4.3024^{-6}	4.3388^{-6}	4.3148^{-6}	4.3218^{-6}	4.8717	95.83

La dispersion est très faible et les RA indiquent que l'amplitude de focalisation du RT est très peu affectée. Cette variation de permittivité relative possède donc un impact très faible sur le cas présenté. Une convergence rapide de la méthode de CS est encore une fois observée (ici dès 3 points). Ce résultat est logique au vu de la taille restreinte de la zone de permittivité variable. Des impacts plus forts peuvent être attendus si la dimension de cette zone augmente.

3.1.2.3 Variation de la permittivité relative de l'ensemble du domaine

Il s'agit ici d'étudier un aléa portant sur une variation de permittivité relative sur l'ensemble du domaine de calculs et plus seulement sur une petite zone. La permittivité relative va s'écrire ici : $\epsilon_r = \epsilon_r^0 + u$, où $\epsilon_r^0 = 5$ est la valeur moyenne et u une VA qui suit une loi de probabilité uniforme sur $[-1, 1]$. Les résultats obtenus avec la méthode de CS pour les différentes précisions choisies (3, 5, 7 et 9 points) sont présentés pour les trois configurations réflectrices sur les figures 3.24, 3.25 et 3.26.

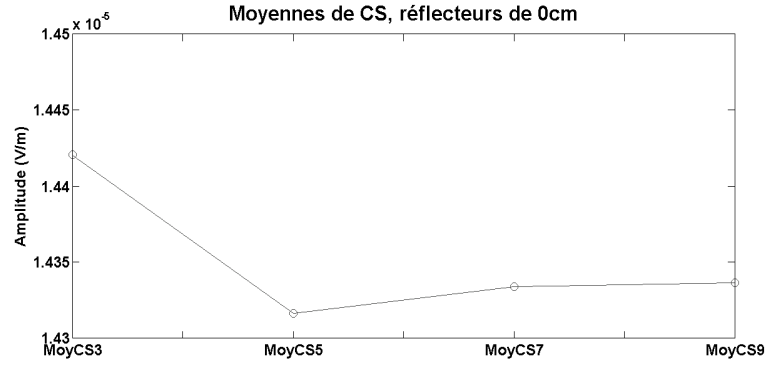


Figure 3.24 – Convergence des moyennes calculées par CS pour l'aléa ϵ_r sur le domaine entier, réflecteurs de 0cm

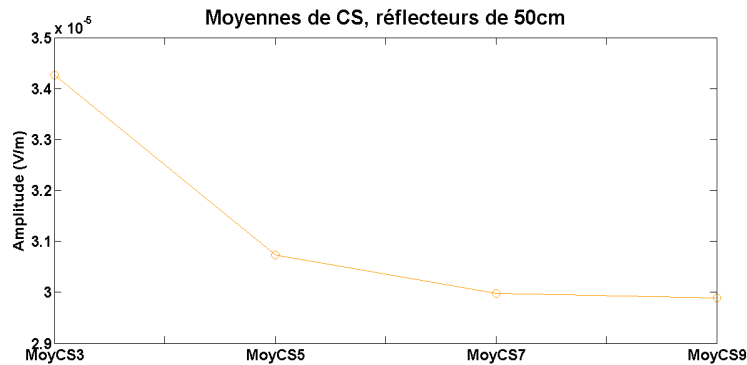


Figure 3.25 – Convergence des moyennes calculées par CS pour l'aléa ϵ_r sur le domaine entier, réflecteurs de 50cm

Les moyennes obtenues par CS convergent rapidement quelle que soit la configuration. Afin d'estimer l'impact des aléas suivant les configurations, les coefficients de variations et les rapports d'amplitude sont calculés. Les résultats

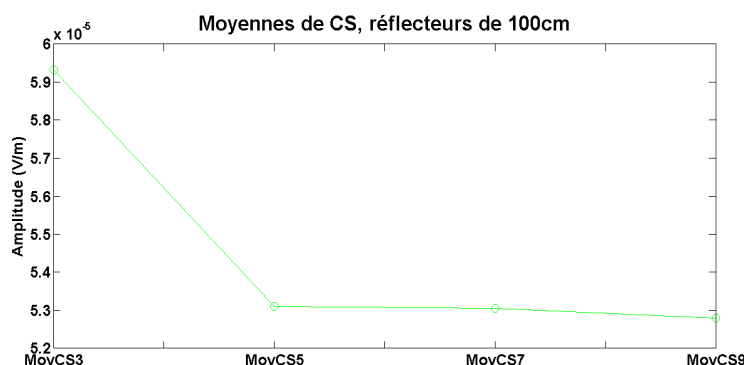


Figure 3.26 – Convergence des moyennes calculées par CS pour l'aléa ϵ_r sur le domaine entier, réflecteurs de 100cm

sont exposés dans le tableau 3.7 qui regroupe les moyennes calculées avec la méthode de CS, les CV et les RA pour les trois configurations.

Tableau 3.7 – Moyennes calculées par CS, CV et RA ; Variation de ϵ_r sur tout le domaine

Taille PEC	MoyCS3	MoyCS5	MoyCS7	MoyCS9	CV (%)	RA (%)
0cm	1.4421^{-5}	1.4316^{-5}	1.4334^{-5}	1.4337^{-5}	9.9979	87.79
50cm	3.4270^{-5}	3.0727^{-5}	2.9985^{-5}	2.9883^{-5}	38.3548	57.47
100cm	5.9329^{-5}	5.3109^{-5}	5.3057^{-5}	5.2793^{-5}	45.7190	55.44

Excepté pour la configuration contenant des réflecteurs de 0cm pour laquelle l'impact des aléas est assez limité, la variation de la permittivité relative du milieu a des conséquences importantes sur l'amplitude de focalisation. Le pic de focalisation perd ainsi presque 50% de son intensité. Cette conclusion apparaît logique car comparé aux cas précédents où seule une zone du domaine est modifiée, ici beaucoup plus de chemins de passage de l'onde sont impactés, ce qui engendre naturellement plus de conséquences sur le RT.

3.1.3 Combinaison des aléas précédents

Le dernier problème mis en œuvre lors de ces tests préliminaires de vérification des avantages de la méthode de CS compose avec les deux types d'aléas observés précédemment, à savoir un déplacement physique et une variation de permittivité relative dans le milieu. Il va s'agir de prendre en compte une zone du domaine dont la permittivité relative et la position vont varier. Pour ce cas, le choix se porte sur des amplitudes testées lors des études précédentes, à savoir un déplacement selon (O_x) qui suit une loi uniforme sur $[-5, 5]$ et ϵ_r qui suit une loi uniforme sur $[-1, 1]$. La zone variable est de taille $50 \times 50 \text{ cm}^2$ et initialement au centre du domaine (voir figure 3.1). La valeur moyenne de la permittivité

relative de la zone est $\epsilon_r^0 = 5$.

Le tableau 3.8 exprime les moyennes obtenues par CS, les CV et les RA pour cette problématique.

Tableau 3.8 – Moyennes calculées par CS, CV et RA ; déplacement sur (O_x) et variation de ϵ_r

Taille PEC	MoyCS3	MoyCS5	MoyCS7	MoyCS9	CV (%)	RA (%)
0cm	4.0533^{-6}	4.0478^{-6}	4.0453^{-6}	4.0449^{-6}	9.9417	88.67
50cm	9.2646^{-6}	9.2628^{-6}	9.2726^{-6}	9.2781^{-6}	14.0469	86.31
100cm	3.1801^{-5}	3.1714^{-5}	3.1676^{-5}	3.1750^{-5}	13.2388	89.82

Ce tableau montre la convergence rapide de la méthode de CS, ainsi qu'un impact assez faible des aléas sur l'amplitude de focalisation (près de 90% de l'amplitude conservée).

Encore une fois, des réalisations de MC sont créées puis les résultats sont comparés à ceux obtenus avec la méthode de CS (figure 3.27 pour les réflecteurs de 50cm).

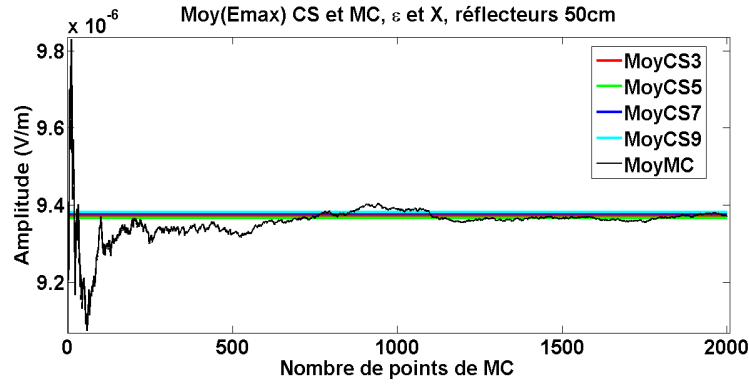


Figure 3.27 – Moyennes calculées par CS et MC pour les aléas ϵ_r et X, réflecteurs de 50cm

Les résultats de la méthode de CS et des réalisations de MC sont très proches, ce qui confirme encore une fois la bonne précision de la méthode de CS.

3.1.4 Conclusion

Les résultats obtenus sur ces premiers problèmes mettent en exergue l'intérêt de la CS pour la prise en compte de l'incertain dans le processus de RT. Une grande efficacité associée à une très bonne précision ont pu être constatées. La restriction des observables à seulement l'amplitude de focalisation ne permet pas d'appréhender l'ensemble des effets mais donne déjà une très bonne idée des

impacts et apparaît suffisante pour démontrer le grand intérêt de la méthode de CS. Les différents degrés de propriétés réfléchissantes du milieu ont montrés des résultats très disparates, tous très bien pris en compte avec la méthode de CS.

Malgré cela, une augmentation du coût de la méthode est attendu en parallèle à l'élévation du nombre de VA (voir paragraphe 2.3.2). Afin de considérer des problématiques plus complexes comportant de nombreuses entrées, nous prévoyons, comme indiqué au chapitre précédent, d'essayer de réduire ce nombre de variables aux seuls paramètres essentiels grâce à des techniques d'Analyse de Sensibilité (AS). Une première étape consiste à intégrer ces méthodes sur des cas simples afin de valider leur utilisation en amont de la méthode de CS.

3.2 Mise en place et premiers tests des méthodes d'analyse de sensibilité

Cette section présente les exemples traités dans le but de mettre en place les méthodes d'Analyse de Sensibilité (AS) et vérifier le bon fonctionnement de la combinaison de ces techniques avec la méthode de CS. Plusieurs cas test sont étudiés, nécessitant uniquement la mise en œuvre de formules analytiques. Celles-ci présentent l'avantage considérable de posséder des temps de calculs négligeables. Cela autorise la considération de très grands nombres de simulations, pour aboutir à des résultats très précis. Il est possible ensuite de comparer ces solutions de « références » avec les résultats obtenus avec des précisions « de travail » compatibles avec d'autres problèmes plus complexes.

Dans cette optique seront évoqués trois sujets :

- Tout d'abord, une formule analytique artificielle est construite arbitrairement. Elle validera les outils utilisés sur un cas dont les interprétations sont attendues,
- Ensuite une formule représentant une ligne de transmission est introduite. Cette formule très complexe et le nombre de variables important permettra de tester la robustesse des méthodes,
- Enfin une équation traduisant l'efficacité de blindage d'un caisson avec ouverture rectangulaire est mise en avant. L'efficacité de blindage est en effet un paramètre important des problèmes d'immunité en CEM.

3.2.1 Formule analytique illustrative

Dans un premier temps une formule analytique est créée à l'image de ce qui se fait classiquement [90] :

$$Y = x_1 \times x_2 + \frac{5}{x_3((x_{11} + 0.5) + \cos(x_4)) + 0.01} + 4x_5^2 + 4x_6 - x_7 + x_8 \exp(x_9) + 0.2x_{10}. \quad (3.2.1)$$

Toutes les variables d'entrée (X_1, \dots, X_{11}) sont choisies de telle sorte qu'elles suivent une loi uniforme sur $[0, 1]$. Les variables les plus importantes sont connues, les interactions entre variables apparaissent clairement. Il est aisé de remarquer que les variables X_5 et X_6 devraient avoir une forte influence, contrairement à X_{10} . X_1 et X_2 devraient avoir le même comportement (en interactions l'une envers l'autre), les entrées X_6 et X_{10} devraient apparaître comme linéaires.

Dans l'optique de la prise en compte de cas de calculs complexes, l'objectif a été ici de mettre en place et de tester la méthode de Morris et les indices de Sobol pour obtenir une manière efficace de distinguer les entrées du modèle qui sont prédominantes et celles qui ont un effet négligeable sur la sortie. La démarche sera similaire pour les deux techniques, à savoir commencer en considérant un très grand nombre de simulations (cela ne pose pas de problème car le temps de calcul est très court avec une formule analytique). Un résultat de « référence » est ainsi obtenu. Ensuite l'idée consiste à faire baisser progressivement le coût numérique (au détriment de la précision) pour gagner en efficacité. A chaque étape les résultats sont comparés à la « référence » pour vérifier leur conformité. Voyons dans le détail la démarche pour chaque méthode utilisée.

3.2.1.1 Méthode de Morris

La première technique d'AS utilisée pour déterminer l'importance relative des entrées mises en jeu est la méthode de Morris. Son principe a été expliqué en détail au paragraphe 2.4.3. Les points clés de la méthode sont tout de même rappelés :

- Tout d'abord, une discrétisation de l'espace des entrées est effectuée,
- Ensuite la précision est conditionnée par le nombre de points de départ (n_D),
- L'opération peut être répétée (n_N fois) pour comparer les résultats. Visuellement, cela donne des nuages de points sur le graphe,
- Le nombre de simulations nécessaires est ainsi $n_N \times n_D \times (d + 1)$ (si on considère d variables d'entrée).

Les résultats de la méthode de Morris avec une précision assez grande (5000 points de départ et 10 répétitions) sont présentés sur la figure 3.28.

D'après cette figure, les variables X_5 et X_3 apparaissent clairement prédominantes, la variable X_6 est linéaire. Ces résultats sont obtenus avec un nombre très important de réalisations et sont donc considérés comme très précis. Ils constitueront notre référence.

Le coût de la méthode est maintenant réduit (et donc les nombres de points de départ et de répétitions diminuent). Pour voir comment se comportent les résultats, on garde 10 répétitions pour chaque niveau de précision et les intervalles

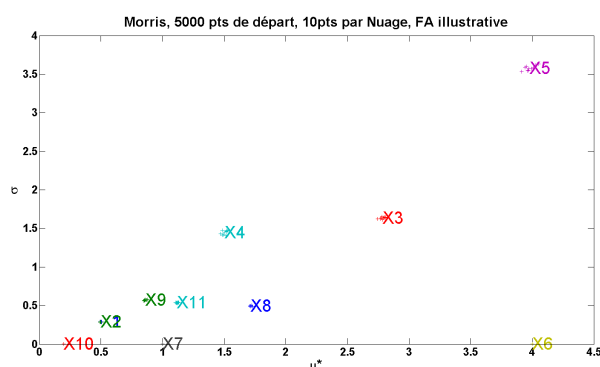


Figure 3.28 – Résultats de la méthode de Morris sur le cas de la formule analytique illustrative

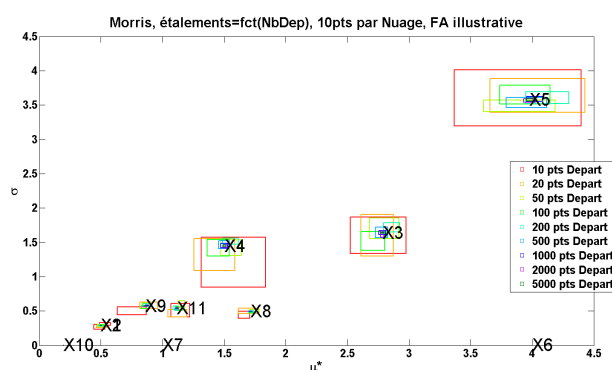


Figure 3.29 – Intervalles de confiance à 95% selon la précision considérée pour la méthode de Morris sur le cas de la formule analytique illustrative

de confiance à 95% sur μ^* et σ sont construits. Ainsi, un gabarit (rectangles) entourant la valeur moyenne pour chaque VA est obtenu (figure 3.29).

Il est aisé de remarquer que les variables linéaires (X_6 , X_7 et X_{10}) ont des effets prévisibles, car, quelle que soit la précision, il n'y a pas de changement de l'importance de leurs effets. Ces variables pourront être fixées dans l'étude stochastique (via CS) à leur valeur moyenne.

Pour la distinction des variables prédominantes aucun « rectangle » ne se chevauche et les écarts restent importants. L'abaissement de la précision n'a pas modifié notablement les positions sur le graphe. En outre, dans l'optique de la réduction du modèle, seule l'information qualitative est nécessaire ; de légères variations ne constituent pas en soi un point dur. On peut donc penser que pour des problèmes simples le choix d'une précision faible peut être judicieux en terme de compromis coût/fiabilité des résultats. Le choix se porte donc sur dix points de départ ($n_D = 10$) et une seule répétition ($n_N = 1$). Du point de

vue de l'AS, il peut être noté que les variables les plus influentes sont X_3 , X_4 et X_5 ; les efforts pourront donc être portés sur la modélisation stochastique de ces variables.

3.2.1.2 Indices de Sobol

La seconde méthode d'AS mise en œuvre est le calcul des indices de Sobol. Comme indiqué au chapitre précédent (paragraphe 2.4.4) seuls les indices totaux sont considérés et le formalisme proposé par Jansen ([94]) sera utilisé pour les calculer.

Les indices totaux de Sobol pour différentes précisions (taille des échantillons de MC) sont analysés. Ces résultats sont présentés sur la figure 3.30.

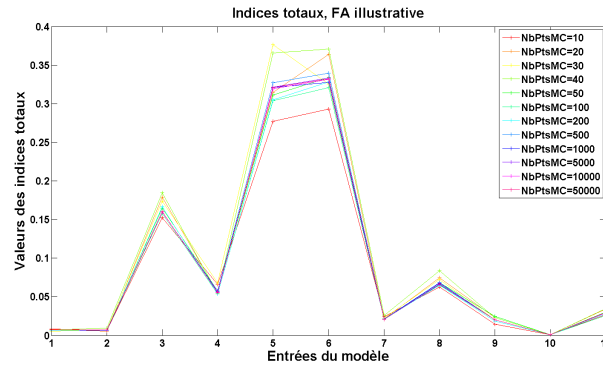


Figure 3.30 – Indices de Sobol totaux pour différentes précisions sur le cas de la formule analytique illustrative

Les résultats sont similaires à ceux obtenus avec la méthode de Morris (en comptant les variables linéaires parmi les variables importantes). Là aussi même une faible précision permet d'avoir des résultats convenables. Le côté quantitatif de la méthode de Sobol ne nous intéresse pas ici car seuls les ordres de grandeurs sont nécessaires pour la suite de l'étude (application de la méthode de CS). Un choix d'une taille d'échantillon comportant dix points semble donc judicieux.

3.2.1.3 Réduction du modèle et méthode de collocation stochastique

Sur la base des résultats précédents, le modèle est réduit aux trois variables les plus importantes : X_3 , X_4 et X_5 . La méthode de CS est appliquée sur ce modèle. Le choix est fait ici de prendre 3, 5, 7, 9 et 11 points de CS car le coût numérique est négligeable. Dans un premier temps, il faut s'assurer que la CS a bien convergé. La figure 3.31 montre les moyennes de CS obtenues pour différents nombres de points de collocation considérés.

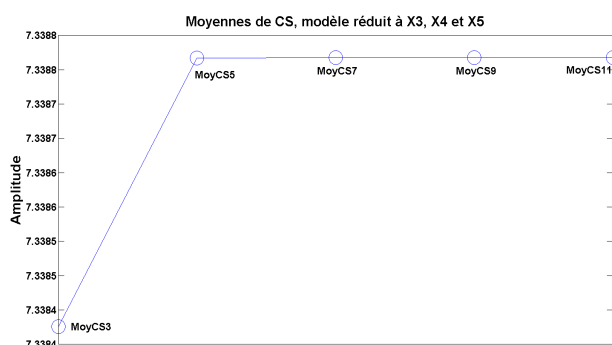


Figure 3.31 – Convergence des moyennes de CS sur le cas de la formule analytique illustrative

La méthode de CS converge très rapidement. On peut considérer qu'une étude s'arrêtant à 7 points de collocation est ici suffisante.

Une comparaison est effectuée avec un échantillon de MC de taille 50 000 sur le modèle complet comportant toutes les VA (figure 3.32).

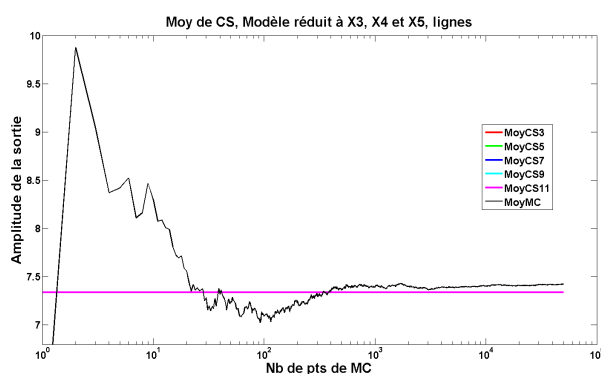


Figure 3.32 – Comparaison CS (3VA) et MC (toutes les VA) sur le cas de la formule analytique illustrative

La différence entre les moyennes de MC et CS est très faible ($< 1\%$). Cela prouve que la perte d'information liée à la réduction du modèle est très limitée. De plus, en terme d'efficacité, le nombre de réalisations demandé par la méthode AS+CS s'élève à $(11 + 1) \times 10 = 120$ pour Morris et $1 + (3^3 - 1) + (5^3 - 1) + (7^3 - 1) = 493$ pour la CS (les termes « -1 » représentent les réalisations des points centraux de la CS, qui n'ont pas besoin d'être recalculés), ce qui donne un total de 613. Si on considère que MC a convergé à partir de 10 000 réalisations, la méthode montre un gain en efficacité de près de 94%.

3.2.2 Ligne de transmission

À présent, un exemple illustratif des problématiques CEM est considéré : une formule analytique représentant le comportement d'une ligne de transmission illuminée par une onde plane. Le système est le suivant (figure 3.33) :

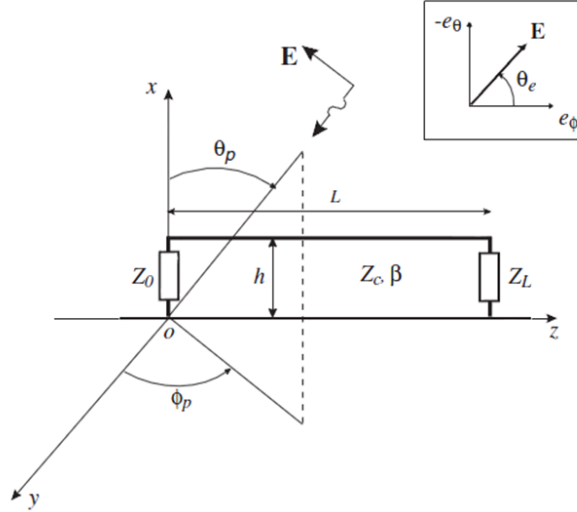


Figure 3.33 – Schéma du système : une ligne de transmission est illuminée par une onde plane (d'après [101])

La formule étudiée, et explicitée dans [101], donne, en complexe, le courant (I) au niveau de la charge Z_L :

$$\begin{aligned}
 I = & \frac{2hE_0}{\cosh(\gamma L)(Z_0 Z_c + Z_L Z_c) + \sinh(\gamma L)(Z_c^2 + Z_0 Z_L)} \frac{\sin(\beta h \times \cos(\theta_p))}{\beta h \times \cos(\theta_p)} \\
 & \times \{ j\beta \times \cos(\theta_p)(-\sin(\theta_e)\cos(\theta_p)\sin(\phi_p) \\
 & + \cos(\theta_e)\cos(\phi_p) \times [\frac{1}{2}(Z_c + Z_0) \frac{\exp[(\gamma + (j\beta \sin(\theta_p)\sin(\phi_p))L] - 1}{\gamma + (j\beta \sin(\theta_p)\sin(\phi_p))} \\
 & - \frac{1}{2}(Z_c - Z_0) \frac{\exp[-(\gamma - (j\beta \sin(\theta_p)\sin(\phi_p))L] - 1}{\gamma - (j\beta \sin(\theta_p)\sin(\phi_p))}] \\
 & + \sin(\theta_e)\sin(\theta_p)\{Z_c - [Z_c \cosh(\gamma L) + Z_0 \sinh(\gamma L)] \times \exp(j\beta L \sin(\theta_p)\sin(\phi_p))\} \} \\
 & + 2 \times 10^{-3} \times I_1,
 \end{aligned} \tag{3.2.2}$$

avec :

$$Z_c = 60a \cosh\left(\frac{2h}{d}\right), \tag{3.2.3}$$

$$\beta = 2\pi \times \frac{\text{freq}}{3 \cdot 10^8}, \tag{3.2.4}$$

$$\gamma = \alpha + j\beta. \tag{3.2.5}$$

Le système comporte donc ici 12 variables d'entrée (11 sur le modèle de base plus une variable linéaire I_1 rajoutée arbitrairement pour mieux illustrer les méthodes) et une sortie (I). Le choix s'est porté sur l'étude de trois observables de sortie : la partie réelle, la partie imaginaire et le module de I .

Les différents paramètres d'entrée sont considérés comme des variables aléatoires suivant chacune une loi uniforme sur son intervalle de variation. Les entrées sont numérotées de la façon suivante (tableau 3.9) :

Tableau 3.9 – Variables considérées dans l'étude de la ligne de transmission

VA	Grandeur physique	Intervalle de variation	Unité
X_1	L	$[0.76, 1.26]$	m
X_2	h	$[0.01, 0.20]$	m
X_3	d	$[0.001, 0.020]$	m
X_4	Z_l	$[1, 1000]$	Ω
X_5	E_0	$[4, 6]$	V/m
X_6	α	$[0, 1]$	sans dimension
X_7	Z_0	$[45, 55]$	Ω
X_8	$freq$	$[810, 990]$	MHz
X_9	θ_p	$[0, \pi/2]$	rad
X_{10}	θ_e	$[0, \pi/2]$	rad
X_{11}	Φ_p	$[\pi/4, \pi/2]$	rad
X_{12}	I_1	$[0, 0.002]$	A

Le modèle étant plus complexe que le cas précédent, il est intéressant de tester la robustesse des méthodes.

3.2.2.1 Méthode de Morris

Pour des raisons de simplicité, seuls les résultats pour la partie réelle seront présentés dans la suite (les résultats pour les autres observables sont très proches et n'apportent pas plus d'information sur le bon fonctionnement de la méthode).

Les résultats de la méthode de Morris avec une précision assez grande (5000 points de départ et 10 répétitions) sont présentés sur la figure 3.34.

La méthode de Morris fait ressortir deux variables bien plus fortes que les autres, X_1 et X_9 . Comme au cas précédent, le coût numérique est abaissé progressivement. L'évolution des résultats est alors étudiée (figure 3.35).

Contrairement à la formule analytique illustrative, ici les intervalles de confiance se recoupent pour les précisions les plus faibles. Il s'avère nécessaire d'augmenter un peu le nombre de points de départ. Cent points semblent être un nombre suffisant.

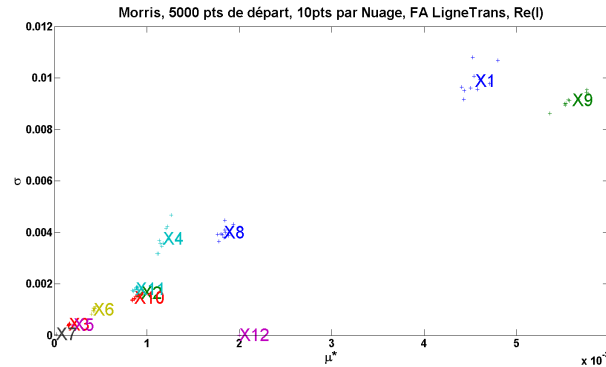


Figure 3.34 – Résultats de la méthode de Morris sur le cas de la formule analytique de la ligne de transmission

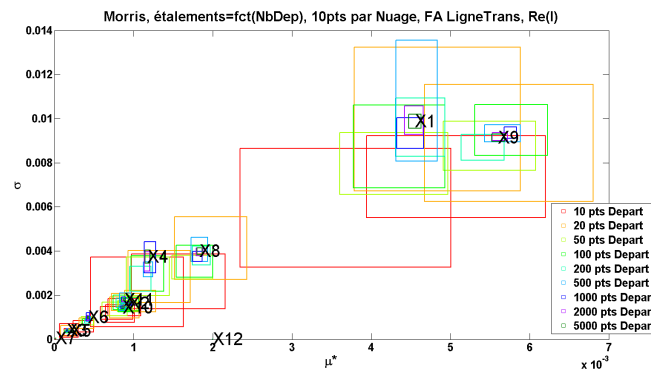


Figure 3.35 – Intervalles de confiance à 95% selon la précision considérée sur le cas de la formule analytique de la ligne de transmission

3.2.2.2 Indices de Sobol

Les indices de Sobol totaux sont calculés avec différentes tailles d'échantillons et présentés sur la figure 3.36.

Les deux VA pointées par Morris (X_1 et X_9) sont bien prédominantes ici, mais X_8 et X_{11} apparaissent aussi comme assez forte.

Contrairement au cas précédent, il faut monter un peu en précision pour avoir des résultats convenables (figure 3.37). Il semble qu'à partir d'une taille d'échantillon de 100 la précision devienne acceptable.

Pour se donner une meilleure idée de l'importance de ne pas considérer un coût numérique trop faible, les intervalles de confiance ont été calculés dans le cas de la plus forte et de la plus faible précision. Ces intervalles donnent une visualisation de l'incertitude de l'estimation (plus ils sont étendus, plus le résultat est imprécis). Ces intervalles de confiance sont affichés sur la figure 3.38.

Il apparait clairement que pour la précision la plus faible, les indices peuvent

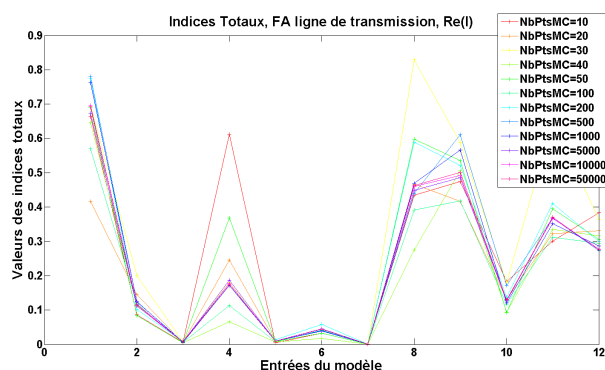


Figure 3.36 – Indices de Sobol totaux pour différentes précisions sur le cas de la formule analytique de la ligne de transmission

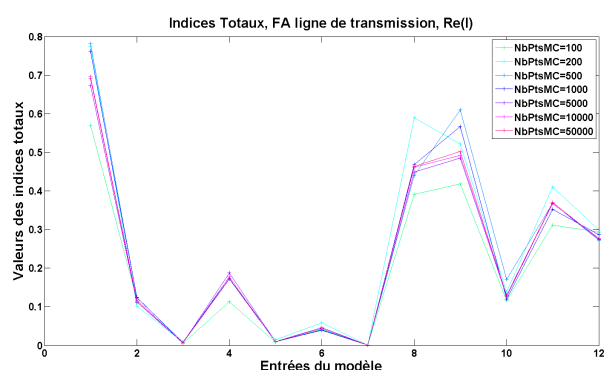


Figure 3.37 – Indices de Sobol totaux pour différentes précisions sur le cas de la formule analytique de la ligne de transmission, les résultats les moins fiables sont éliminés

énormément varier et l'ordre d'importance peut changer du tout au tout.

3.2.2.3 Réduction du modèle et méthode de collocation stochastique

La CS est appliquée sur le modèle réduit aux deux entrées prédominantes (figure 3.39). Comme précédemment, une comparaison est effectuée avec des résultats issus de réalisations de MC.

Sur la figure, il apparaît que la CS converge rapidement (en 7 points). En comparant les moyennes de convergence entre la CS sur le modèle réduit et la moyenne issue de 50 000 réalisations de MC prenant en compte toutes les variables (modèle complet), un écart d'environ 7% est constaté.

La même comparaison est accomplie avec cette fois-ci les variables X_1 , X_9 et X_8 (figure 3.40). Cela améliore la précision car l'écart entre MC et CS est désormais de moins de 0.5%. Cependant, le coût numérique est lui aussi augmenté

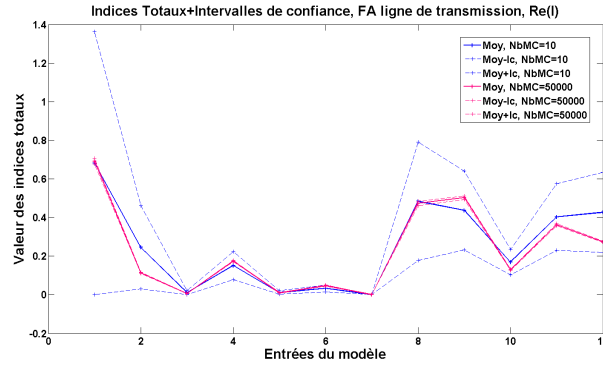


Figure 3.38 – Intervalles de confiances pour les indices de Sobol totaux à différentes précisions sur le cas de la formule analytique de la ligne de transmission

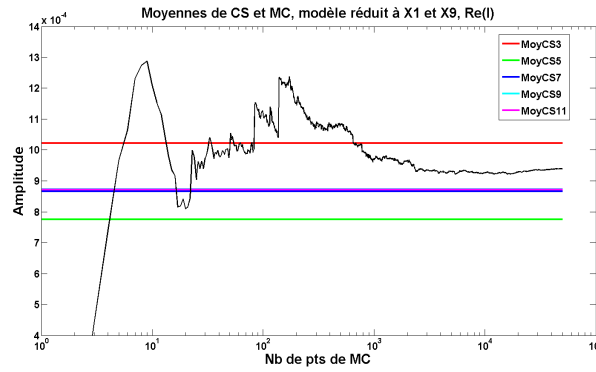


Figure 3.39 – Comparaison CS (2VA) et MC (toutes les VA) sur le cas de la formule analytique de la ligne de transmission

par l'ajout d'une entrée dans le modèle sur lequel est appliquée la méthode de CS.

Il y a donc ainsi très peu d'information perdue en ne considérant que les trois variables dans l'étude d'incertitude. Le détail des coûts (nombre de réalisations nécessaires) des différentes étapes du couplage AS+CS est le suivant :

- Morris : $(12 + 1) \times 100 = 1300$,
- Sobol : $(12 + 2) \times 100 = 1400$,
- CS 2VA : $1 + (3^2 - 1) + (5^2 - 1) + (7^2 - 1) + (9^2 - 1) = 161$,
- CS 3VA : $1 + (3^2 - 1) + (5^2 - 1) + (7^2 - 1) + (9^2 - 1) = 1221$.

Le coût total du couplage se situe donc entre environ 1500 et 2500 réalisations selon le nombre de variables retenues après l'étape d'AS. Cela reste très loin des 50 000 réalisations de MC (gain de 95%).

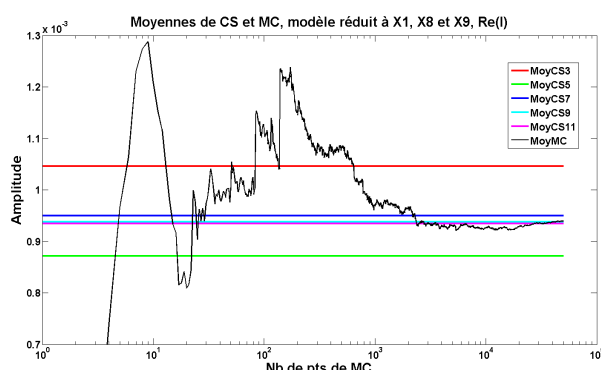


Figure 3.40 – Comparaison CS (3VA) et MC (toutes les VA) sur le cas de la formule analytique de la ligne de transmission

3.2.3 Efficacité de blindage d'un caisson métallique avec ouverture

Le troisième cas considéré est un caisson métallique muni d'une fente. Il s'agit d'un problème récurrent en CEM mais dont l'interprétation physique et en particulier l'analyse de l'impact des différents paramètres peuvent se révéler complexes. Moyennant un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, nous disposons d'une formule analytique qui transcrit le comportement d'efficacité de blindage électrique ou magnétique, celle-ci a été déterminée par Robinson dans [102]. Les modèles analytiques comme celui-ci sont certes limités (en terme de configuration notamment) mais ils permettent d'apporter des premières informations à peu de frais (formulation analytique).

3.2.3.1 Description du problème

Le système d'étude est un caisson métallique muni d'une ouverture (figure 3.41).

Les variables suivantes sont définies :

- La longueur du caisson : a ,
- La hauteur du caisson : b ,
- La largeur du caisson : d ,
- La longueur de la fente : l ,
- La largeur de la fente : w ,
- La position du capteur : p ,
- L'épaisseur des parois du caisson : t .

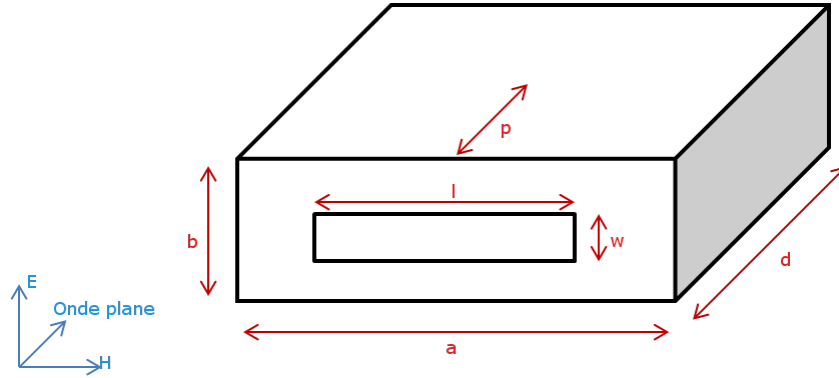


Figure 3.41 – Schéma du caisson métallique avec ouverture

On dispose aussi des constantes $v_0 = 1$ et $Z_0 = 377\Omega$.

Enfin la fréquence sera notée : *freq*. Celle-ci n'est pas considérée comme une VA dans notre étude car expérimentalement sa valeur peut être fixée très précisément. Pour autant, elle possède toujours une influence majeure sur les résultats. Ces derniers peuvent différer du tout au tout selon la gamme de fréquence utilisée. C'est pourquoi dans notre étude nous considérerons les sorties et les résultats des méthodes en fonction de la fréquence de travail.

Robinson dans [102] aboutit à deux formules pour calculer les efficacités de blindage électrique et magnétique à partir de ces variables. Il s'appuie sur la représentation de l'ouverture par un circuit électrique équivalent. Après avoir déterminé l'impédance équivalente de la fente, il utilise la théorie des lignes de transmission pour trouver les tensions et impédances au point P.

Pour éviter l'exposé d'une formule unique très complexe, le cheminement est repris en présentant les équations et variables intermédiaires.

Tout d'abord la largeur effective w_e est définie :

$$w_e = w - \frac{5t}{4\pi} \left(1 + \ln \frac{4\pi w}{t} \right). \quad (3.2.6)$$

Si l'hypothèse $w_e < b/\sqrt{2}$ est respectée (ce qu'il faudra vérifier dans nos calculs), on peut faire l'approximation :

$$Z_{0s} = 120\pi^2 \left[\ln \left(2 \frac{1 + \sqrt[4]{1 - (w_e/b)^2}}{1 - \sqrt[4]{1 - (w_e/b)^2}} \right) \right]^{-1}. \quad (3.2.7)$$

L'impédance de l'ouverture Z_{ap} est calculée à partir de la transformation du circuit équivalent. Un facteur l/a est ajouté pour prendre en compte les couplages entre l'ouverture et l'enceinte.

$$Z_{ap} = \frac{l}{2a} j Z_{0s} \tan \left(\frac{k_0 l}{2} \right). \quad (3.2.8)$$

La tension équivalente v_1 et l'impédance de source Z_1 sont obtenues grâce au théorème de Thévenin ([103]) :

$$v_1 = \frac{v_0 Z_{ap}}{Z_0 + Z_{ap}}, \quad (3.2.9)$$

$$Z_1 = \frac{Z_0 Z_{ap}}{Z_0 + Z_{ap}}. \quad (3.2.10)$$

Pour le mode de propagation TE (Transverse électrique, le champ électrique est orthogonal à la direction de propagation) l'impédance caractéristique du guide d'onde Z_g et la constante de propagation k_g se déterminent comme suit :

$$Z_g = \frac{Z_0}{\sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}}, \quad (3.2.11)$$

$$k_g = k_0 \sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}, \quad (3.2.12)$$

avec $k_0 = 2\pi/\lambda$.

Après transformation de v_1 et Z_1 à la sortie du guide d'onde au point P , la tension équivalente v_2 , l'impédance de source Z_2 et l'impédance de charge Z_3 sont déterminées par les formules suivantes :

$$v_2 = \frac{v_1}{\cos(k_g p) + j(Z_1/Z_g)\sin(k_g p)}, \quad (3.2.13)$$

$$Z_2 = \frac{Z_1 + jZ_g \tan(k_g p)}{1 + j(Z_1/Z_g)\tan(k_g p)}, \quad (3.2.14)$$

$$Z_3 = jZ_g \tan(k_g(d - p)). \quad (3.2.15)$$

La tension en P s'écrit :

$$v_p = v_2 Z_3 / (Z_2 + Z_3). \quad (3.2.16)$$

Le courant au point P est :

$$i_p = v_2 / (Z_2 + Z_3). \quad (3.2.17)$$

Enfin, les efficacités de blindage électrique (S_E) et magnétique (S_M) sont données par les deux formules suivantes :

$$S_E = -20 \log_{10} |2v_p/v_0| \quad (3.2.18)$$

$$S_M = -20 \log_{10} |2i_p Z_0/v_0| \quad (3.2.19)$$

Dans la publication originale, une configuration est simulée avec :

- $a = 300mm$,
- $b = 120mm$,

- $d = 300mm$,
- $p = a/2 = 150mm$,
- $t = 1.5mm$,
- $l \in [40, 200]mm$,
- $w \in [4, 80]mm$.

La plage de fréquence utilisée est la suivante : $freq \in [10, 1000]MHz$.

Nous décidons de garder ces valeurs moyennes pour les dimensions du caisson et de choisir pour l et w des valeurs centrales de $80mm$ et $5mm$ respectivement. Nous appliquons ensuite un aléa de 1% sur ces valeurs moyennes et nous regardons les résultats de S_E et S_M en fonction de la fréquence.

Dans un premier temps, pour se faire une idée de l'ordre de grandeur des efficacités de blindage les S_E et S_M sont calculées pour les valeurs moyennes, les valeurs maximales et les valeurs minimales des entrées. Les résultats sont présentés sur les figures 3.42 et 3.43.

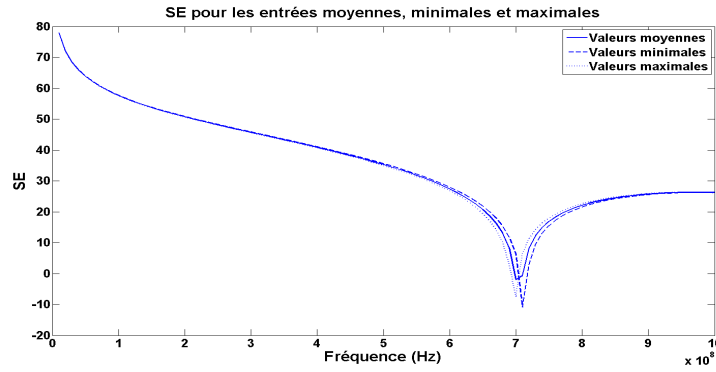
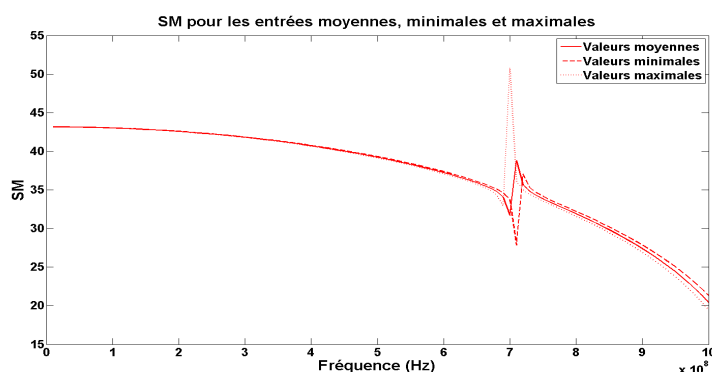


Figure 3.42 – S_E pour les valeurs moyennes, minimales et maximales des entrées

Une chute de l'efficacité de blindage électrique à la fréquence $700MHz$ est constatée. Un saut est aussi visible sur l'efficacité de blindage magnétique à la même fréquence.

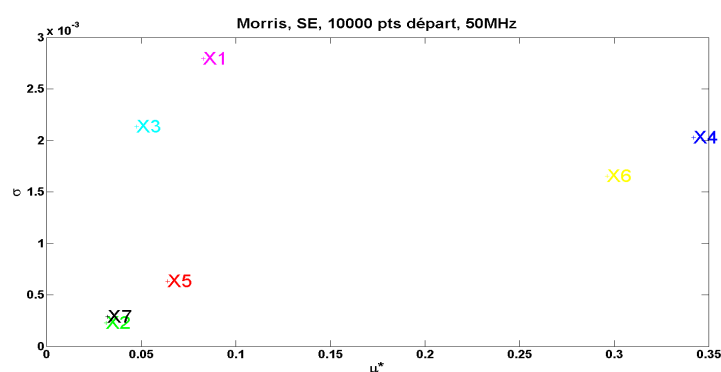
3.2.3.2 Application des méthodes et résultats

Les méthodes d'AS sont mises en place pour essayer de mettre en évidence les VA les plus influentes sur les efficacités de blindages électrique S_E et magnétique S_M . Comme pour les autres problématiques, la méthode de Morris et les indices de Sobol totaux sont utilisés.

Figure 3.43 – S_M pour les valeurs moyennes, minimales et maximales des entrées

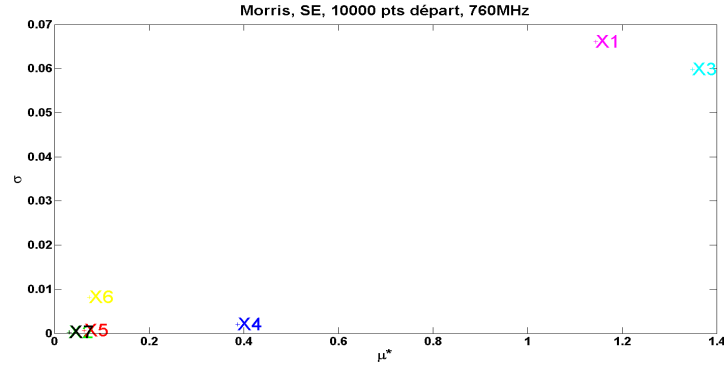
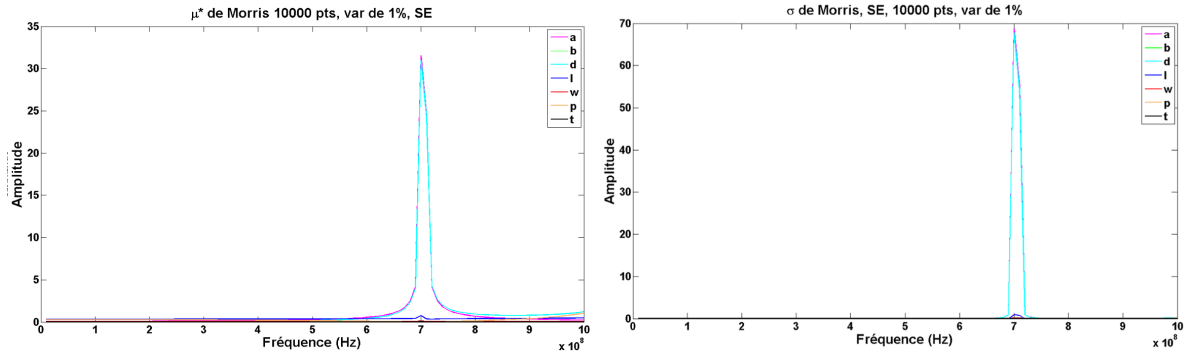
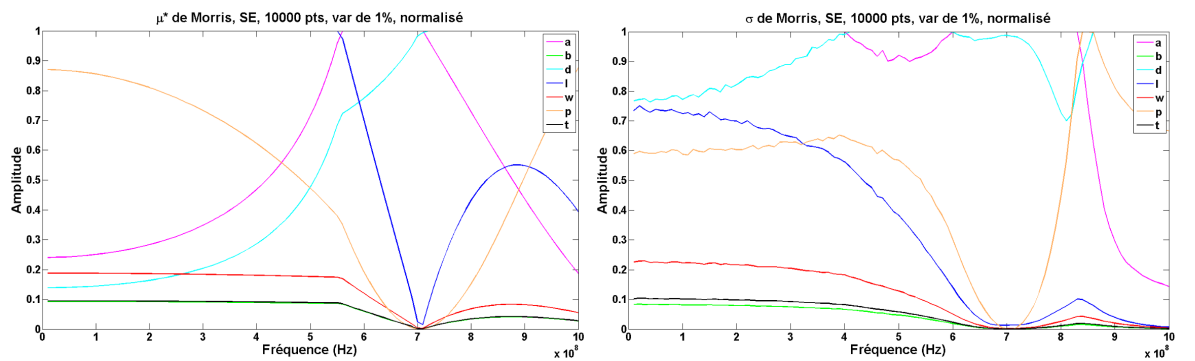
Méthode de Morris

Les μ^* et σ de la méthode de Morris peuvent être calculés pour des fréquences données. Les figures 3.44 et 3.45 donnent ainsi les résultats de Morris pour respectivement $50MHz$ et $760MHz$.

Figure 3.44 – Résultats de Morris pour le S_E à $50MHz$

Comme le montrent ces figures, à des fréquences différentes des résultats très distincts peuvent être constatés. Pour aller plus loin, il serait intéressant de pouvoir obtenir des résultats d'AS sur toute la plage de fréquences. Les μ^* et σ sont alors calculés pour chaque fréquence mise en jeu et sont présentés pour S_E sur la figure 3.46.

Ces figures ne permettent pas dans l'état de conclure sur l'importance des VA. En effet, les μ^* et σ sont beaucoup plus forts pour les fréquences autour de $700MHz$ que pour le reste de la plage. Nous effectuons donc une normalisation sur $[0, 1]$ de ces données de μ^* et σ pour obtenir une meilleure visualisation. Les résultats pour S_E sont alors exposés sur la figure 3.47.

Figure 3.45 – Résultats de Morris pour le S_E à 760MHzFigure 3.46 – μ^* et σ de Morris pour le S_E Figure 3.47 – μ^* et σ de Morris normalisés pour le S_E

On peut remarquer qu'en fonction de la fréquence les courbes fluctuent beaucoup. Nous proposons alors un moyen d'obtenir un unique critère dans ces conditions : calculer le produit de μ^* et σ . Cette opération, a priori simple, permet de conserver le même apport d'information entre μ^* et σ et d'éliminer les VA

linéaires (produit proche de zéro). Ce résultat pour S_E est présenté sur la figure 3.48.

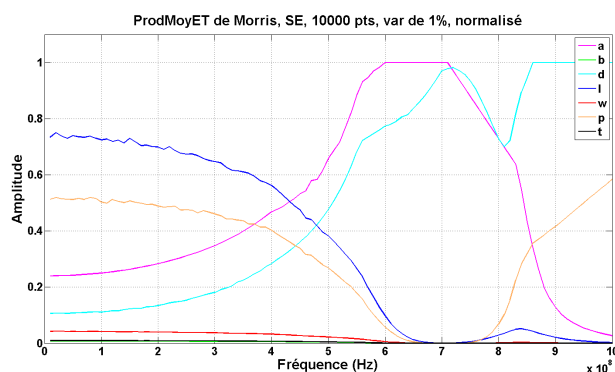


Figure 3.48 – Produit de μ^* et σ de Morris pour le S_E

Le même type de résultats est exposé pour S_M sur la figure 3.49.

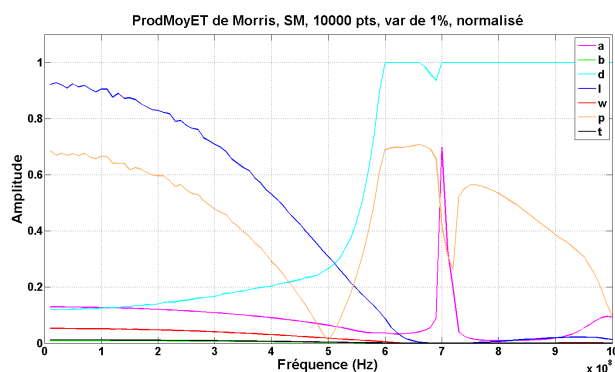


Figure 3.49 – Produit de μ^* et σ de Morris pour le S_M

A partir de ces graphes, il est possible de sélectionner les variables les plus influentes pour chaque fréquence pour S_E et S_M . Les groupes de variables dominantes en fonction de la fréquence sont présentés dans le tableau 3.10.

Pour ces calculs, des tailles d'échantillons importantes ont été utilisées afin d'obtenir des figures plus lisibles. Toutefois, des résultats semblables (plus chahutés) peuvent être obtenus pour un coût plus raisonnable (20 points de départ suffisent).

Indices de Sobol

Les indices totaux de Sobol sont calculés pour S_E et S_M à chacune des fréquences. Les figures 3.50 et 3.51 illustrent ces résultats.

Tableau 3.10 – Variables prédominantes selon la fréquence pour S_E et S_M

	Plages de freq	VA influentes
S_E	[10, 370]	(l,p)
	[370, 430]	(a,l)
	[430, 860]	(a,d)
	[860, 1000]	(d,p)
S_M	[10, 430]	(l,p)
	[430, 540]	(d,l)
	[540, 690]	(d,p)
	[690, 720]	(a,d,p)
	[720, 1000]	(d,p)

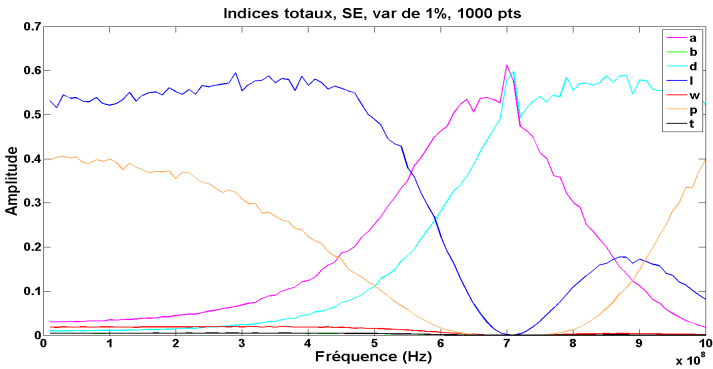


Figure 3.50 – Indices de Sobol totaux pour S_E

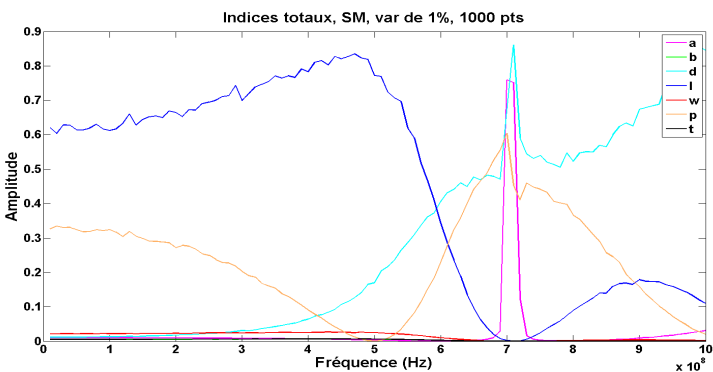


Figure 3.51 – Indices de Sobol totaux pour S_M

Ces figures montrent sensiblement les mêmes résultats que ceux pointés par la méthode de Morris (tableau 3.10). La remarque du paragraphe précédent sur les tailles d'échantillons est aussi valable ici. Ces figures ont été construites avec des échantillons de taille importante mais des résultats très similaires, même si

légèrement fluctuants, sont obtenus avec une vingtaine de points. Le nombre de variables prépondérantes est de deux ou trois selon la fréquence. Cela confirme l'application efficace de la méthode de CS sur un nombre limité de VA.

Application de la CS

En fonction de ces groupes de VA importantes, la méthode de CS est appliquée sur les formules de S_E et S_M pour chaque fréquence en réduisant les modèles aux seules variables les plus influentes. Ces résultats sont comparés à 10 000 réalisations de MC. Les figures 3.52 et 3.53 exposent ces résultats.

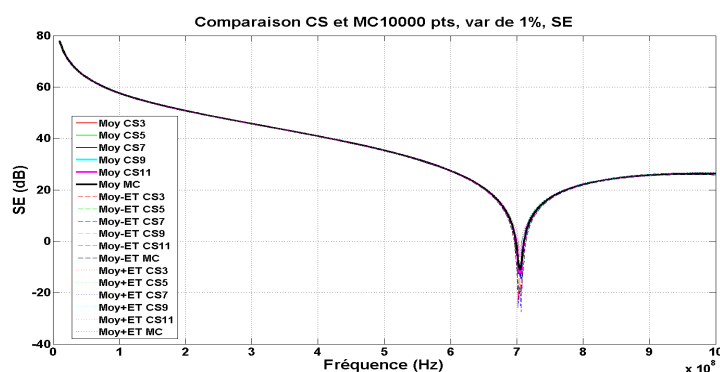


Figure 3.52 – Comparaison des résultats de la CS avec 10 000 réalisations de MC pour chaque fréquence pour S_E

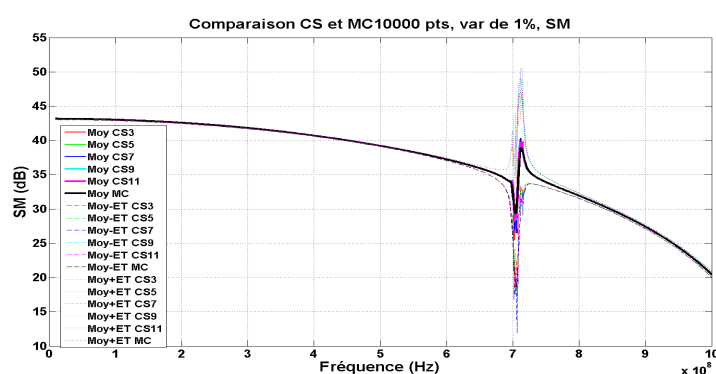


Figure 3.53 – Comparaison des résultats de la CS avec 10 000 réalisations de MC pour chaque fréquence pour S_M

La CS converge très vite et montre un très bon accord avec MC sur toute la plage de fréquences, excepté dans la zone proche de 700MHz où un léger écart est constaté. Pour mieux se rendre compte, des simulations supplémentaires de

MC sont effectuées pour la plage de fréquences comprise entre 600 et 800 MHz. Les résultats pour S_E et S_M sont alors illustrés sur les figures 3.54 et 3.55. Les courbes déterministes obtenues en positionnant toutes les variables d'entrées du modèle soit à leur valeur minimale, soit à leur valeur maximale sont aussi présentées pour faire part de la variabilité du cas.

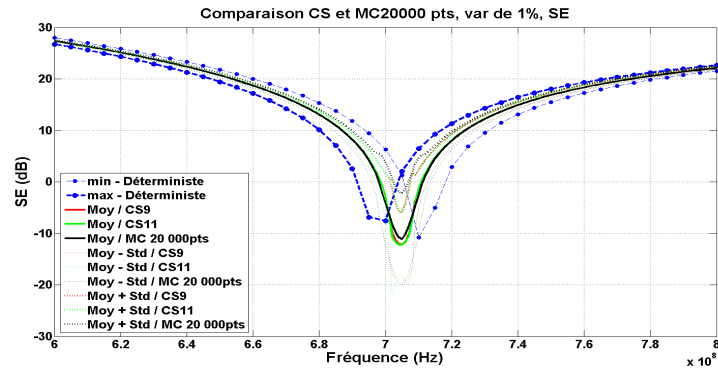


Figure 3.54 – Comparaison des résultats de la CS avec 20 000 réalisations de MC pour S_E , entre 600 et 800MHz

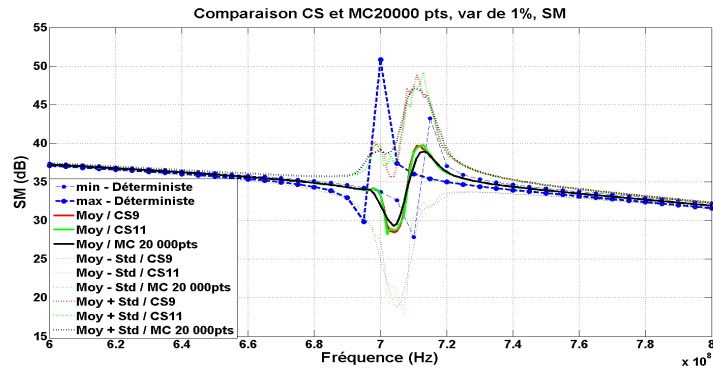


Figure 3.55 – Comparaison des résultats de la CS avec 20 000 réalisations de MC pour S_M , entre 600 et 800MHz

Les résultats de la méthode de CS apparaissent comme très proches des résultats de MC. L'intérêt de la méthode par rapport à la simple considération des gabarits formés par les entrées placées à leurs valeurs extrêmes est visible sur ces figures. Ces gabarits (courbes bleues) fournissent en effet des encadrements plus larges que les courbes de moyennes \pm écart-types données par la méthode. Ces derniers se révèlent même erronés autour des résonances/anti-résonances.

Les coûts des méthodes utilisées prises séparément peuvent se détailler de

la manière suivante (tableau 3.11) :

Tableau 3.11 – Coût des différentes méthodes

Méthode	Coût (nb de réalisations)
Morris, 7 VA, 20 pts de départ	$(7 + 1) \times 20 = 160$
Sobol, 7 VA, 20 pts par échantillon	$(7 + 2) \times 20 = 180$
CS, 2VA	$9^2 + 11^2 - 1 = 200$
CS, 3VA	$9^3 + 11^3 - 1 = 2059$
MC 10 000	10 000

Pour la méthode globale de prise en compte de l'incertain, les coûts de l'étape d'AS et de celle de CS sont ajoutés. Pour la phase d'AS, la méthode de Morris se révèle moins coûteuse que le calcul des indices de Sobol et sera donc préférée. Pour la phase de CS, la quantité de réalisations à effectuer est fonction du nombre de VA retenues par la méthode d'AS. Avec le S_E , deux VA ressortent sur chacune des plages de fréquences. Le coût de la méthodologie de calcul des impacts sur le S_E est donc la somme de ceux de la méthode de Morris et de la méthode de CS à deux VA.

$$\begin{aligned}
 \text{Coût}(S_E) &= \text{Coût}(\text{Morris}) + \text{Coût}(\text{CS}, 2VA) \\
 &= 160 + 200 \\
 &= 360
 \end{aligned} \tag{3.2.20}$$

Avec le S_M , deux VA ressortent sur toutes les plages de fréquences sauf une, dans laquelle trois VA sont prédominantes. Le coût de l'association des méthodes varie donc selon la fréquence entre la somme de ceux de Morris avec la CS à deux VA et ceux de Morris avec la CS à trois VA :

$$\begin{aligned}
 \text{Coût}(S_M)_{\min} &= \text{Coût}(\text{Morris}) + \text{Coût}(\text{CS}, 2VA) \\
 &= 160 + 200 \\
 &= 360
 \end{aligned} \tag{3.2.21}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Coût}(S_M)_{\max} &= \text{Coût}(\text{Morris}) + \text{Coût}(\text{CS}, 3VA) \\
 &= 160 + 2059 \\
 &= 2219
 \end{aligned} \tag{3.2.22}$$

On peut enfin pour S_M , calculer le coût moyen de l'AS+CS sur tout l'intervalle des fréquences en considérant la taille des plages sur lesquelles deux ou trois VA sont retenues. La taille totale est égale à $1000 - 10 = 990\text{MHz}$, la taille de la plage où trois VA ressortent vaut $720 - 690 = 30\text{MHz}$. Le coût moyen pour S_M

peut donc s'exprimer ainsi :

$$\begin{aligned} Coût(S_M)_{moyen} &= Coût(S_M)_{max} \times \frac{30}{990} + Coût(S_M)_{min} \times \frac{960}{990} \\ &= 2219 \times \frac{30}{990} + 360 \times \frac{960}{990} \\ &= 416 \end{aligned} \tag{3.2.23}$$

Le gain de l'AS+CS comparé à du MC apparaît très clairement. Il est ainsi pour chacun des observables de l'ordre de 25 fois plus coûteux d'effectuer une analyse MC que d'employer l'association AS+CS.

Ce chapitre a permis la vérification du bon fonctionnement de la méthode de CS pour la prise en compte d'aléas sur des problèmes de RT. Ces cas simples ont donné lieu à la mise en œuvre de la démarche du chapitre 2 (paragraphe 2.5) et l'efficacité ainsi que la précision de la méthode de CS ont pu être mises en avant.

Dans la seconde partie du chapitre, le couplage de techniques d'analyse de sensibilité en préambule de la méthode de CS a pu être validé sur des cas canoniques. Cette association permet de contourner la limite de la CS en terme de dimension et donne une estimation précise des impacts des aléas, tout en gardant une efficacité intéressante.

Cette méthodologie a ensuite pu être appliquée sur des problématiques de RT de plus en plus complexes (et plus révélatrices de situations réelles), en utilisant des solveurs performants. Ceci fait l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 4

Applications

Sommaire

4.1	Illustration de la procédure de RT sur un cas « industriel »	129
4.1.1	Description	129
4.1.2	Résultats	130
4.2	RT appliqué à 2 fils en cavité	132
4.2.1	Description du cas d'étude	132
4.2.2	Application des méthodes et résultats	134
4.3	RT sur des groupes de fils en cavité	138
4.3.1	Description du cas d'étude	139
4.3.2	Tests préliminaires	145
4.3.3	Application des méthodes et résultats	147
4.4	RT dans la CRBM de l'Institut Pascal	151
4.4.1	RT dans la CRBM, groupes de fils métalliques variables	153
4.4.2	RT dans la CRBM, cubes métalliques	158
4.4.3	RT dans la CRBM, dimensions variables du caisson	162

Cette partie relate les cas complexes de RT qui ont été traités avec la procédure incluant AS et CS. Au fur et à mesure des trois exemples présentés la complexité et/ou le nombre de variables d'entrée augmentent. Des solveurs performants (Gorf3D et CST MWS ®) sont mis à contribution pour effectuer les simulations et aboutir aux résultats.

Avant d'envisager l'utilisation de logiciels industriels pour la prise en compte des aléas du processus de RT, il est nécessaire de vérifier le bon fonctionnement du processus déterministe sur un cas industriel. Ainsi, pour démarrer ce chapitre, un test préalable de RT sans aléa est présenté. Ce cas est traité avec le logiciel Gorf3D. Il illustre la mise en place de la structure de travail (fichiers sources, post-traitements) avec les logiciels industriels retenus.

Ensuite, dans la seconde subdivision, une première problématique de RT avec aléas est examinée. Elle traite du RT entre deux fils métalliques rayonnant dans une cavité 3D. Pour ce cas, comme pour les suivants, le nombre de variables aléatoires est trop important pour appliquer directement la méthode de CS et une première étude d'AS s'avère nécessaire.

Dans la section suivante est présenté un second problème qui représente une variation du premier cas test. En effet, le RT est toujours exécuté entre deux fils dans un domaine 3D, mais des groupes de fils métalliques sont intégrés à l'intérieur du milieu. Ils permettent d'examiner les impacts de variables qui changent ensemble. La structure « en peigne » donne aussi lieu à une augmentation des réflexions dans le domaine.

La dernière partie de ce chapitre est consacrée à une problématique plus illustrative de l'utilisation du RT électromagnétique dans un contexte CEM puisque celle-ci se base sur la modélisation du RT en chambre réverbérante. Une modélisation de la chambre réverbérante de l'Institut Pascal a ainsi été construite avec à l'intérieur un caisson métalliques muni d'une ouverture. Plusieurs configurations sont étudiées en tirant parti des avantages qu'offrent les logiciels Gorf3D et CST MWS ®. Différents types d'aléas peuvent alors être pris en compte.

4.1 Illustration de la procédure de RT sur un cas « industriel »

Afin de s'assurer du bon fonctionnement du processus de RT avec les logiciels industriels utilisés dans la suite, un premier cas sans aléa est construit. Il s'inspire d'un modèle de caisson métallique permettant de focaliser le champ électromagnétique à l'extérieur de celui-ci. La figure 4.1 présente le caisson métallique utilisé dans la publication [11]. Ce premier cas est traité avec Gorf3D mais le fonctionnement (utilisation de fichiers pour les étapes et l'enregistrement des signaux reçus) est très similaire avec CST MWS ®.



Figure 4.1 – Dispositif expérimental utilisé par Davy et al. [11]

4.1.1 Description

Les spécifications géométriques sont reprises de [11], à savoir un caisson métallique de taille $1.8m \times 2.4m \times 1.1m$. Les parois sont constituées de métal parfait et une ouverture de taille $1m \times 0.4m$ est pratiquée. La source se place en face de l'ouverture, de manière centrée et à une distance de $90cm$. Le dispositif schématisé et vu de dessus est illustré sur la figure 4.2.

La source est constituée d'une antenne, représentée dans notre modèle par un fil vertical de longueur $8cm$. A l'intérieur du caisson, 8 antennes sont présentes dans le modèle issu de la publication. Nous effectuons des simulations avec un cas à 8 antennes réceptrices et un autre cas comportant seulement une antenne dans le caisson afin de vérifier le comportement d'un cas simplifié. Ces antennes sont aussi représentées par des fils métalliques verticaux de $8cm$. Des résistances de 50Ω sont placées à leurs extrémités. Le signal utilisé est une gaussienne de largeur à mi-hauteur égale à $1.61 \cdot 10^{-10}s$ modulée par un sinus de fréquence centrale $2.7GHz$. Le signal émis et reçu lors des étapes du RT est un courant. Dans ce cas

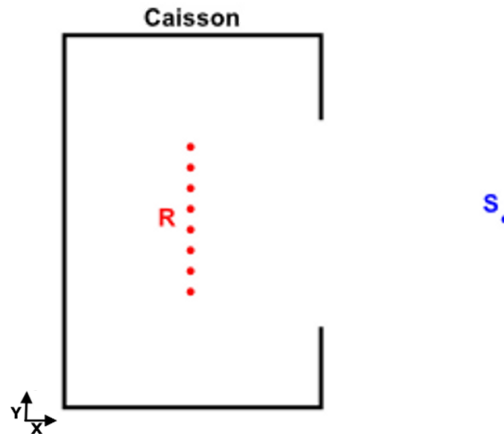


Figure 4.2 – Schéma en vue de dessus du dispositif

et la plupart des problématiques suivantes de ce chapitre, les simulations ont été effectuées sur un PC possédant un processeur Intel Xeon E5507 à 2,27GHz et 4Go de RAM. Le nombre d'itérations est choisi égal à 50 000, ce qui représente une durée de 670ns. Le temps de calcul sur la machine est d'environ 3h30 par simulation.

4.1.2 Résultats

Lors de la première étape de RT, la source émet un signal de forme gaussienne modulée par un sinus représenté sur la figure 4.3.

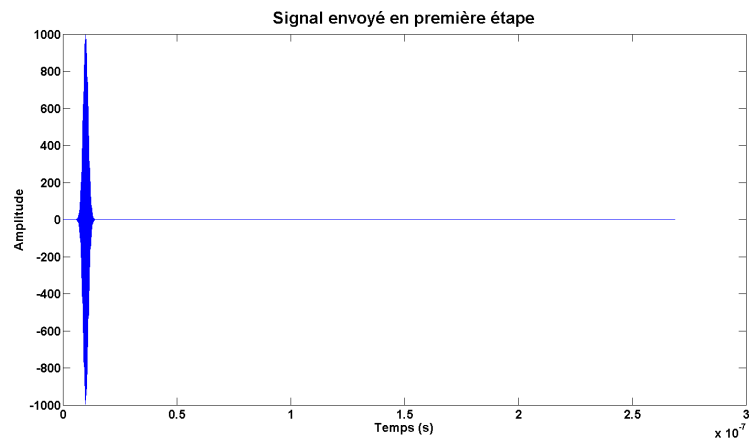


Figure 4.3 – Signal de forme gaussienne modulée par un sinus envoyé en première étape de RT

Les signaux sont enregistrés puis retournés par rapport au temps pour être

ensuite écrits dans le fichier qui servira de source à la simulation de seconde étape selon le processus de RT décrit au paragraphe 2.1.1.

Pour créer la simulation de seconde étape de RT, de nouveaux fichiers doivent être générés. Les positions des sources et récepteurs de courants présents dans les fichiers de première étape sont interverties puis la forme des nouveaux signaux sources est décrite comme pouvant être lue dans le fichier enregistré précédemment. Le reste du contenu des fichiers ne change pas entre première et seconde étape.

Après la simulation de seconde étape, le signal reçu au point source de première étape est analysé pour le cas à 8 récepteurs (figure 4.4) et pour le cas à 1 récepteur (figure 4.5).

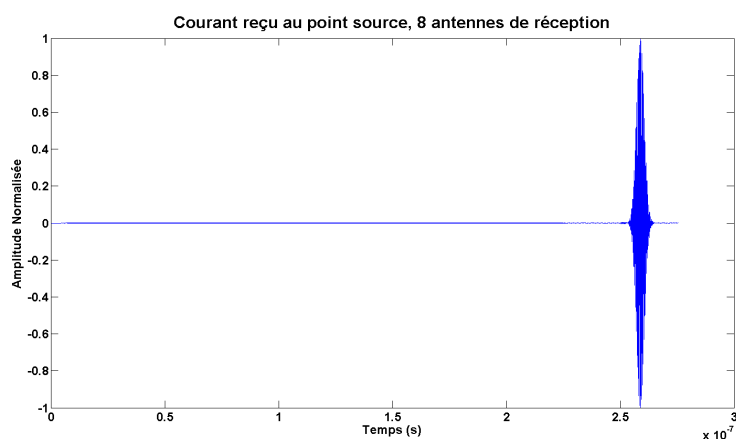


Figure 4.4 – Signal reçu après RT pour le cas à 8 récepteurs

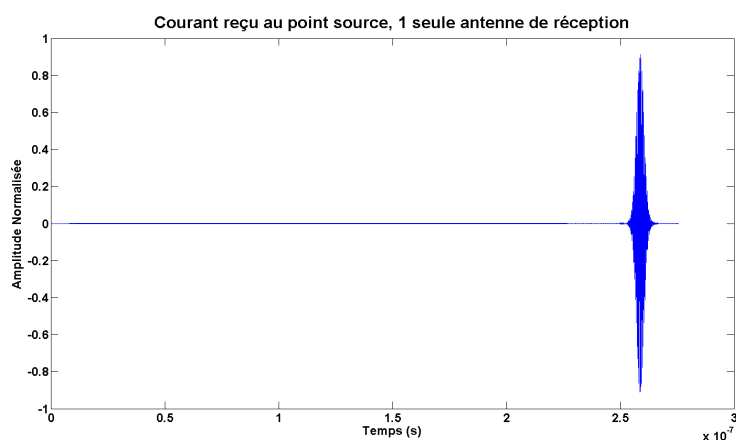


Figure 4.5 – Signal reçu après RT pour le cas à 1 seul récepteur

Une très bonne focalisation temporelle est constatée dans les deux cas considérés. Seul un niveau très légèrement plus faible de la focalisation est observé pour le cas comportant une seule antenne réceptrice.

Ce premier cas sans aléa a permis de vérifier le bon fonctionnement du RT avec le logiciel Gorf3D, mais aussi de mettre en place la procédure de construction des fichiers de seconde étape à partir des résultats de première phase. Après ce cas déterministe, des aléas peuvent être ajoutés au RT.

4.2 RT appliqué à 2 fils en cavité

Après avoir vérifié la bonne prise en compte du processus de RT grâce au logiciel Gorf3D, un premier cas de calculs complexe avec présence d'aléas est construit. Ce logiciel comportant un formalisme d'objets filaires très développé, il a paru naturel d'adopter cette structure. De plus, ces fils peuvent être positionnés dans le milieu sans tenir compte du maillage. Cela permet de s'affranchir des inconvénients de placement répertoriés au paragraphe 3.1.1.2 et donc de considérer aisément des aléas de type « déplacement ».

Le processus de RT sera donc réalisé entre deux fils positionnés dans le milieu. Il s'agit alors d'étudier l'impact d'aléas se produisant entre les étapes du RT.

4.2.1 Description du cas d'étude

Le cas de calcul examiné se décrit de la façon suivante. Dans un domaine 3D de dimensions $50\text{cm} \times 50\text{cm} \times 50\text{cm}$ comportant des réflecteurs PEC (figure 4.6) deux fils métalliques verticaux sont positionnés.

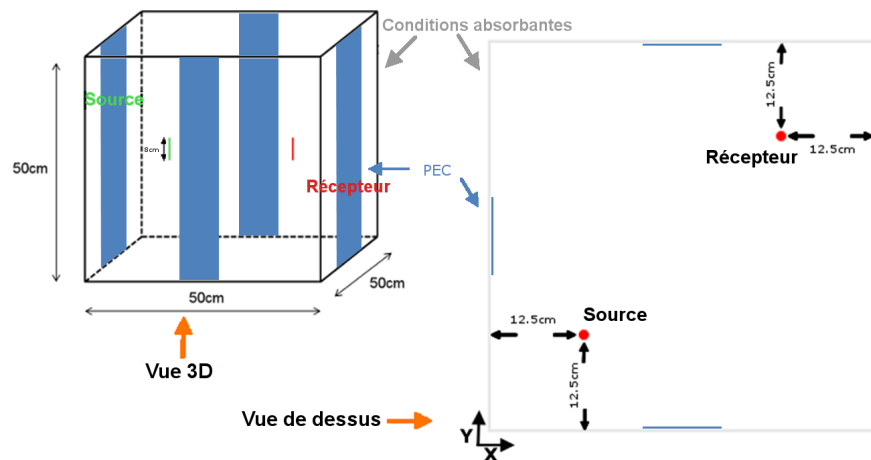


Figure 4.6 – Schéma représentant le domaine de calculs avec les fils source et récepteur

Ces fils seront utilisés successivement comme source de courant qui rayonne dans le milieu et comme récepteur de courant lors du processus de RT. Ils seront définis comme des dipôles, l'émission/réception intervient au centre du fil et des résistances sont positionnées aux extrémités.

Ici huit aléas sont étudiées :

- La variation de la position du Fil récepteur sur X, notée S_x ,
- La variation de la position du Fil récepteur sur Y, notée S_y ,
- La variation du rayon du Fil source, notée $RadS$,
- La variation du rayon du Fil récepteur, notée $RadR$,
- La variation de la valeur de la résistance N°1 du Fil source, notée $ResS1$,
- La variation de la valeur de la résistance N°2 du Fil source, notée $ResS2$,
- La variation de la valeur de la résistance N°1 du Fil récepteur, notée $ResR1$,
- La variation de la valeur de la résistance N°2 du Fil récepteur, notée $ResR2$.

Ces aléas seront traités comme des variables aléatoires suivant des distributions de probabilité uniformes. Leurs valeurs moyennes et intervalles de variations sont précisés dans la tableau 4.1.

Tableau 4.1 – Valeurs moyennes et intervalles de variations des variables aléatoires considérées

	S_x	S_y	$RadS$	$RadR$
Moyenne	0	0	2mm	2mm
Plage \pm	0.5cm	0.5cm	0.5mm	0.1mm
Pourcent	6.25%**	6.25%**	25%*	5%*
	$ResS1$	$ResS2$	$ResR1$	$ResR2$
Moyenne	50 Ω	50 Ω	50 Ω	50 Ω
Plage \pm	10 Ω	10 Ω	5 Ω	5 Ω
Pourcent	20%*	20%*	10%*	10%*
*Variation relative par rapport à la valeur moyenne				
**Pourcentage de la taille du fil				

Les amplitudes de variations sont choisies comme étant des modifications « réalistes », tout en considérant des disparités dans les évolutions des données. Ainsi les pourcentages de variations autour des valeurs moyennes des entrées changeantes se veulent volontairement différents.

Plusieurs sorties sont prises en compte dans notre étude :

- La valeur maximum du courant reçu à la position de la source initiale,

- Le rapport signal sur bruit simple (relation 2.1.12, voir paragraphe 2.1.3),
- Le rapport signal sur bruit (relation 2.1.10, même paragraphe).

Ces sorties seront nommées dans la suite pour plus de facilité respectivement MaxFoc, SSB et SSB2.

Pour chaque réalisation, le nombre d'itérations est choisi égal à 3500, ce qui représente une durée de 42ns. Le temps de calcul sur la machine est d'environ 1min30s par simulation.

4.2.2 Application des méthodes et résultats

Comme vu au chapitre précédent, les méthodes d'AS utilisées ne nécessitent pas un investissement (en terme de nombre de réalisations) trop important car seuls des résultats qualitatifs sont recherchés dans ce premier stade de la méthodologie AS+CS. Les résultats des méthodes de Morris et des indices de Sobol seront présentés, et ensuite en fonction des séparations de VA obtenues, la méthode de CS sera implémentée de manière efficace sur modèle réduit afin de quantifier les impacts des aléas présentés.

4.2.2.1 Méthode de Morris

La méthode de Morris (voir paragraphe 2.4.3) est appliquée sur le problème avec 10 points de départ. Les résultats pour chacun des observables retenus sont présentés sur les figures ci-dessous (4.7, 4.8 et 4.9) :

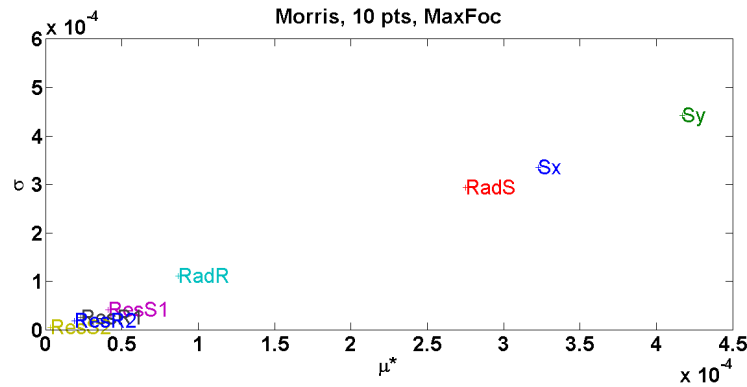


Figure 4.7 – Résultats de la méthode de Morris pour MaxFoc pour le cas de deux fils en cavité

D'après ces graphes, les variables RadS, Sx et Sy ressortent comme étant prédominantes, en particulier pour l'observable MaxFoc. Sur les figures de résultats de SSB et SSB2, l'importance de Sx et Sy est un peu moins marquée.

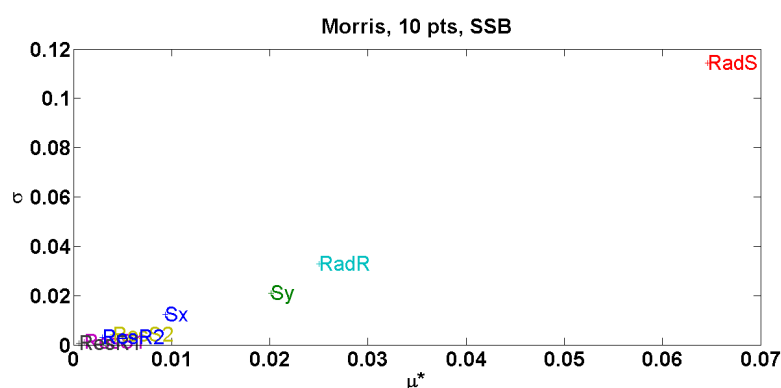


Figure 4.8 – Résultats de la méthode de Morris pour SSB pour le cas de deux fils en cavité

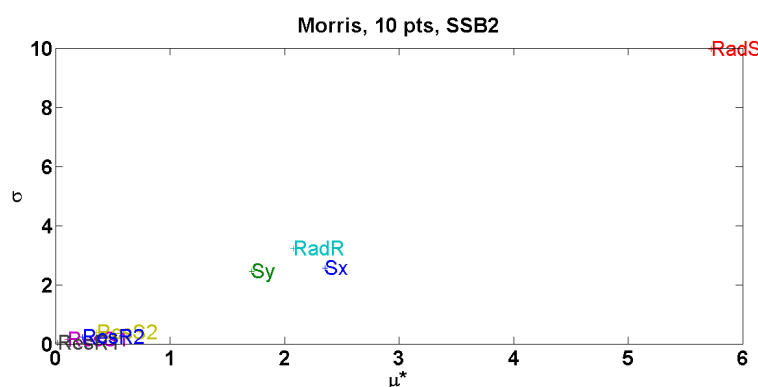


Figure 4.9 – Résultats de la méthode de Morris pour SSB2 pour le cas de deux fils en cavité

4.2.2.2 Indices de Sobol

En complément des résultats de Morris, les indices totaux de Sobol pour chaque sortie ont été calculés avec des échantillons de 20 réalisations. Ils sont représentés sur la figure 4.10.

Pour tous les observables, l'analyse des indices de Sobol totaux font ressortir que les variables numéros 1, 2 et 3 (Sx, Sy et RadS) sont les plus importantes. Comme pour la méthode de Morris, Sx et Sy ressortent un peu moins fortement avec les observables SSB et SSB2.

Les deux méthodes d'AS utilisées s'accordent bien pour pointer trois variables ayant plus d'effet sur le RT que les autres. Il semble alors naturel d'appliquer efficacement la méthode de CS en ne considérant que ces trois variables (et en fixant les autres entrées à leur valeur moyenne).

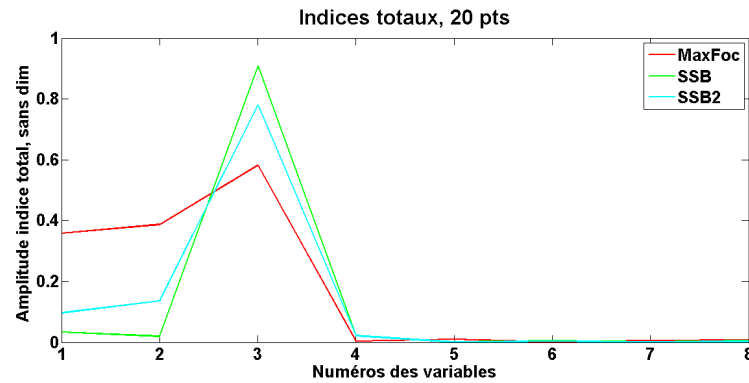


Figure 4.10 – Indices de Sobol totaux pour le cas de deux fils en cavité

4.2.2.3 Collocation Stochastique

La méthode de CS est appliquée sur le modèle réduit aux trois seules variables importantes. Après vérification de la convergence de la méthode, pour chacun des observables les moyennes de CS sur modèle réduit à trois variables sont comparées à la moyenne issue de 10 000 réalisations de MC sur le modèle complet (prenant en compte toutes les variables d'entrée). Ces résultats sont présentés sur les figures 4.11, 4.12 et 4.13 pour respectivement les observables MaxFoc, SSB et SSB2.

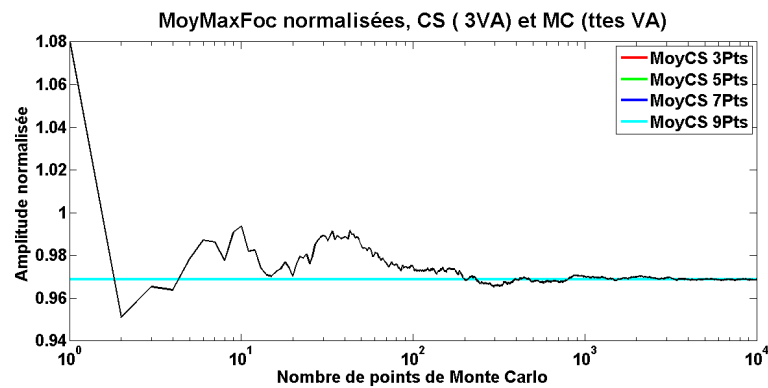


Figure 4.11 – Moyennes de CS (3 VA) et MC (toutes les VA) pour MaxFoc pour le cas de deux fils en cavité

Toutes ces figures montrent une bonne convergence de la CS et un bon accord avec MC. Les résultats de comparaison entre moyennes de CS (sur modèle réduit) et MC (sur modèle complet) sont résumés dans le tableau 4.2.

La forte proximité entre les résultats de CS sur modèle réduit et MC sur modèle complet confirme le choix de restreindre le modèle. En effet, très peu d'information se trouve perdue du fait de cette compression.

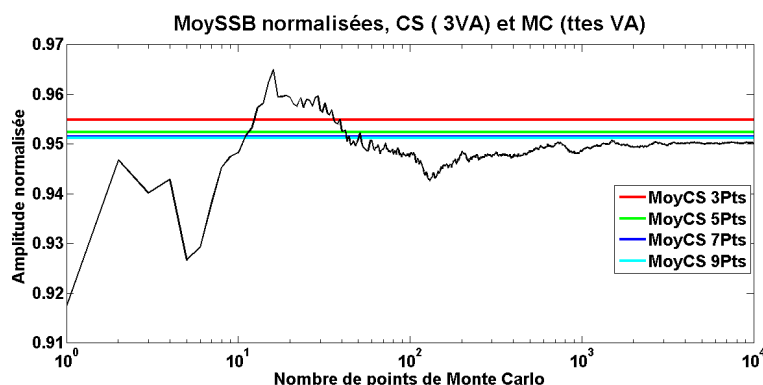


Figure 4.12 – Moyennes de CS (3 VA) et MC (toutes les VA) pour SSB pour le cas de deux fils en cavité

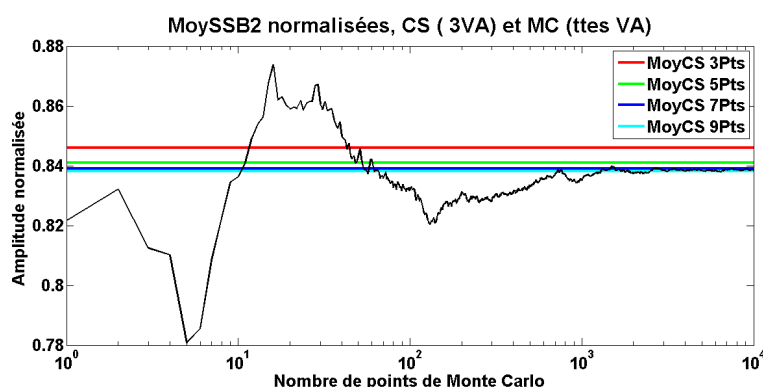


Figure 4.13 – Moyennes de CS (3 VA) et MC (toutes les VA) pour SSB2 pour le cas de deux fils en cavité

Tableau 4.2 – Moyennes de CS et MC, pour le cas de deux fils en cavité

Observables	MoyCS9 (3VA)	MoyMC (ttes VA)	% d'écart CS/MC
MaxFoc	0.153	0.153	0
SSB	38.76	38.78	0.05
SSB2	1540	1540	0

Afin d'estimer l'impact des aléas lors du processus de RT sur les observables retenus, les CV et RA sont calculés à partir des valeurs obtenues après convergence (donc pour 9 points de CS dans le cas présent) et sont exposés dans le tableau 4.3. Les valeurs du cas sans aléa de ce tableau sont « brutes » (non normalisées).

Les impacts de ces aléas sur le RT apparaissent assez faibles avec des niveaux de variations moyens compris entre 3 et 15%.

Pour cette problématique, la méthodologie AS+CS montre une bonne préci-

Tableau 4.3 – Coefficients de variations et rapports d’amplitude, pour le cas de deux fils en cavité

Observables	Sans aléa	MoyCS9 (3VA)	CV (%)	RA (%)
MaxFoc	0.158	0.153	6.944	96.84
SSB	40.75	38.76	4.632	95.12
SSB2	1837	1540	10.04	83.83

sion et permet de quantifier les impacts sur le RT engendré par des incertitudes ayant lieu entre les étapes du RT. De plus le coût total de la méthode est relativement faible comparé aux 10 000 simulations de MC puisque la CS3VA nécessite 1221 réalisations (729 si on ne considère que les réalisations pour 9 points), la méthode de Morris, 90 et le calcul des indices totaux de Sobol, 200. Ces chiffres peuvent être détaillés comme suit :

- Morris, 8 VA, 10 points de départ : $(8 + 1) \times 10 = 90$
- Sobol, 8 VA, échantillons de 20 réalisations : $(8 + 2) \times 20 = 200$
- CS, 3 VA : $1 + (3^3 - 1) + (5^3 - 1) + (7^3 - 1) + (9^3 - 1) = 1221$

Le coût total de l’association des méthodes d’AS et de la méthode de CS est donc d’environ 1300 réalisations nécessaires (une seule technique d’AS comptabilisée). En comparaison des 10 000 réalisations de MC, un gain de l’ordre de 87% est constaté.

Le couplage AS+CS apporte donc une estimation assez précise de l’impact d’incertitudes sur cette problématique de RT, le tout avec une efficacité intéressante comparativement à MC.

4.3 RT sur des groupes de fils en cavité

Ce second cas s’inspire du précédent, dans le sens où le processus de RT est toujours appliqué entre deux fils métalliques dans un domaine 3D. Néanmoins le système se complexifie par l’ajout de groupes de fils métalliques. Ils apportent des propriétés réverbérantes au milieu et permettent la considération d’aléas supplémentaires. En effet, les fils faisant partie d’un groupe pourront se déplacer de concert, subir une modification de leur espacement ou de leur rayons par exemple. Les structures en peignes (tiges métalliques) ont été utilisées auparavant dans la littérature [9] avec de bons résultats. Il a paru naturel de s’y intéresser.

4.3.1 Description du cas d'étude

4.3.1.1 Construction du cas

Le domaine est un parallélépipède rectangle de dimensions $1m \times 1m \times 0.3m$. Un fil émetteur (ou source), noté S et un fil Récepteur noté R sont positionnés dans des coins du domaine en $(0.1m, 0.1m, 0.15m)^t$ et $(0.9m, 0.9m, 0.15m)^t$ respectivement. Ensuite 4 groupes de fils métalliques sont considérés :

- Le groupe G1 contenant 25 fils est positionné au centre du domaine en $(0.5m, 0.5m, 0.15m)^t$,
- Le groupe G2 contenant 1 fil est positionné à égale distance entre S et le centre de G1, en $(0.25m, 0.25m, 0.15m)^t$,
- Le groupe G3 contenant 9 fils est placé dans un coin, en $(0.8m, 0.2m, 0.15m)^t$,
- Le groupe G4 contenant 3 fils est situé sur un bord, en $(0.9m, 0.5m, 0.15m)^t$.

Les positions (en mètres) des groupes de fils sont celles du fil central, les autres se plaçant naturellement autour. Tous les fils mis en œuvre sont verticaux de longueur 8cm. De plus l'espacement est identique entre tous les fils d'un même groupe (à la fois selon X et Y). La figure 4.14 résume les dispositions des éléments dans le domaine.

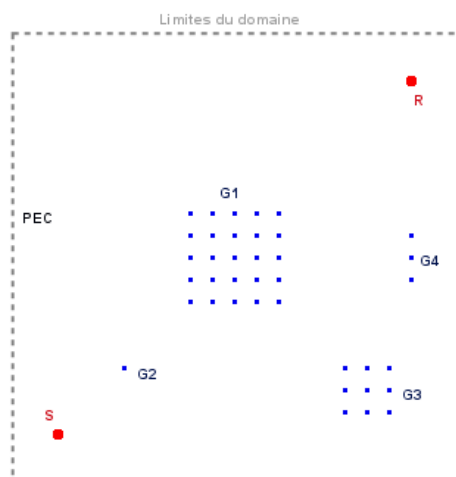


Figure 4.14 – Schéma en vue de dessus du domaine de calculs

Les positions des groupes 3 et 4 permettent de supposer une faible influence de ces groupes dans la suite. Le nombre de fils du groupe G2 (1 seul) conduit à la même hypothèse.

Les fils S et R constituent des dipôles et portent chacun 2 résistances de 50 ohms à leurs extrémités. Le signal envoyé par l'émetteur lors de la première

phase est une gaussienne de largeur à mi-hauteur égale à $1.61 \cdot 10^{-10} \text{s}$ modulée par un sinus de fréquence centrale 2GHz.

Dans notre étude, les types d'aléas suivants sont pris en compte :

- Des positions de groupes de fils,
- Des modifications de l'espacement des fils au sein des groupes,
- Des variations de rayons des fils (des groupes et de S et R).

Les fluctuations affectant un groupe toucheront tous les fils de celui-ci de la même manière. Une modification de la position d'un groupe déplacera le fil central, puis tous les autres fils se placeront autour en respectant l'espacement donné. Une variation de l'espacement d'un groupe entraînera le décalage de tous les fils autour du central pour garder un écartement uniforme (les fils extérieurs se déplaceront alors plus que ceux proches du centre).

Plusieurs observables sont étudiées :

- L'amplitude du pic de focalisation, appelée « MaxFoc » dans la suite,
- Le rapport signal sur bruit simple, par le calcul présenté au paragraphe 2.1.3 et noté « SSB »,
- Le rapport signal sur bruit obtenu par le second calcul (présenté au même paragraphe) et noté « SSB2 ».

Enfin, comme remarqué sur les problèmes de CS du chapitre 3 (paragraphe 3.1), les propriétés réfléchissantes du domaine ont une importance cruciale. C'est pourquoi une pré-étude a porté sur le choix de l'agencement des parois PEC sur l'extérieur du domaine afin de maximiser la qualité du RT. Ceci permettra d'obtenir des résultats les meilleurs possibles sur le problème « statique », avant de les dégrader en y appliquant les aléas.

Pour chaque réalisation, le nombre d'itérations est choisi égal à 2000, ce qui représente une durée de 24ns. Le temps de calcul sur la machine est d'environ 1 minute 10 secondes par simulation.

4.3.1.2 Choix de la configuration de réflecteurs

Une première étape consiste à s'assurer que le RT fonctionne dans des conditions optimales. De ce fait, plusieurs configurations de réflecteurs PEC sont envisagées pour couvrir les différentes parois du domaine (figure 4.15).

Elles sont présentées sur les figures ci-dessous (4.16 à 4.23). Les faces apparaissant sur les figures représentent l'ensemble du domaine, les zones en noir correspondent à des réflecteurs PEC, les parties blanches traduisent l'espace libre.

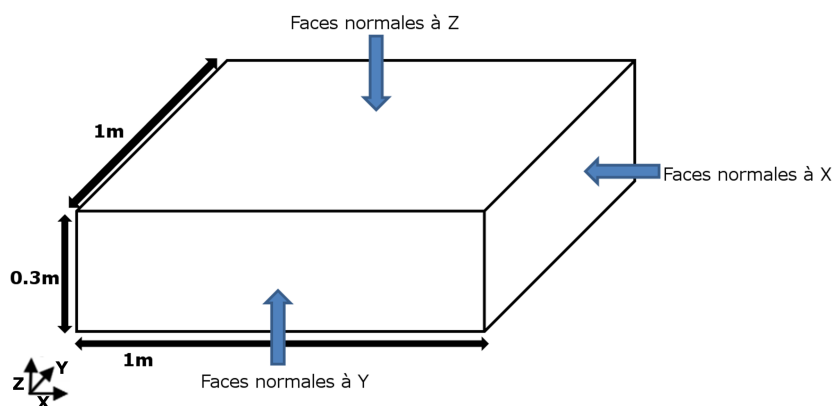


Figure 4.15 – Schéma de la vue d'ensemble des parois du domaine

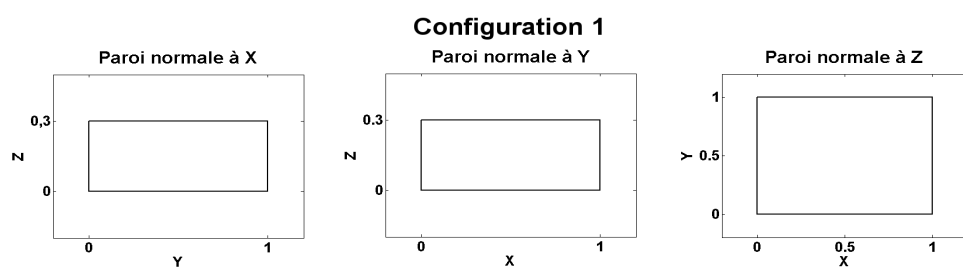


Figure 4.16 – Schéma des réflecteurs de la configuration 1, elle représente l'espace libre

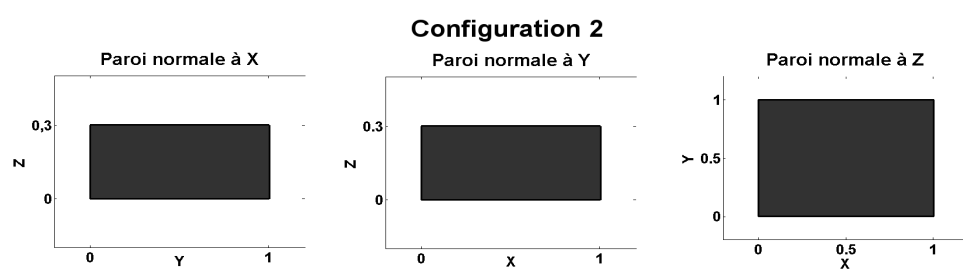


Figure 4.17 – Schéma des réflecteurs de la configuration 2, elle représente une cavité complètement fermée

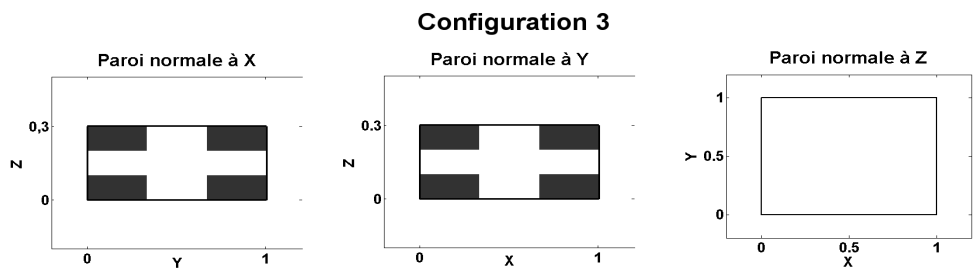


Figure 4.18 – Schéma des réflecteurs de la configuration 3

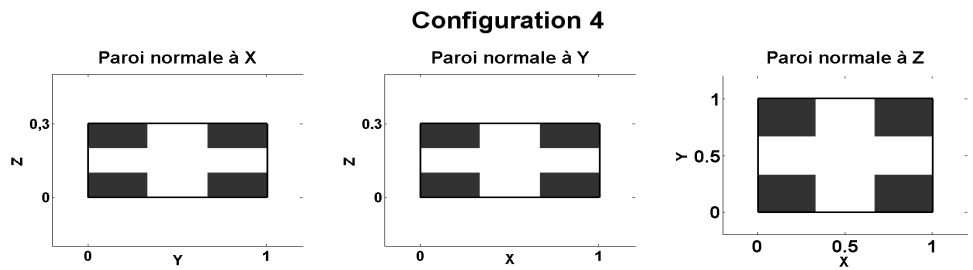


Figure 4.19 – Schéma des réflecteurs de la configuration 4

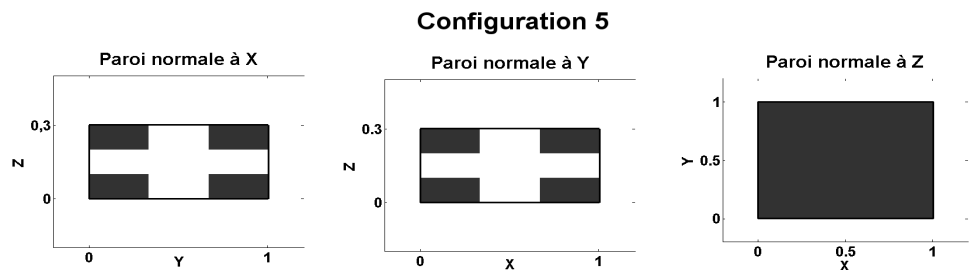


Figure 4.20 – Schéma des réflecteurs de la configuration 5

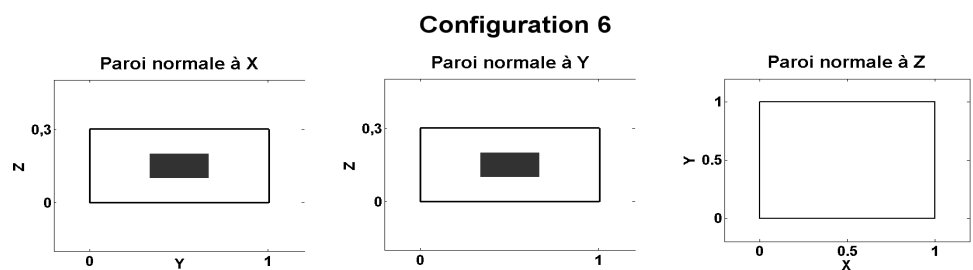


Figure 4.21 – Schéma des réflecteurs de la configuration 6

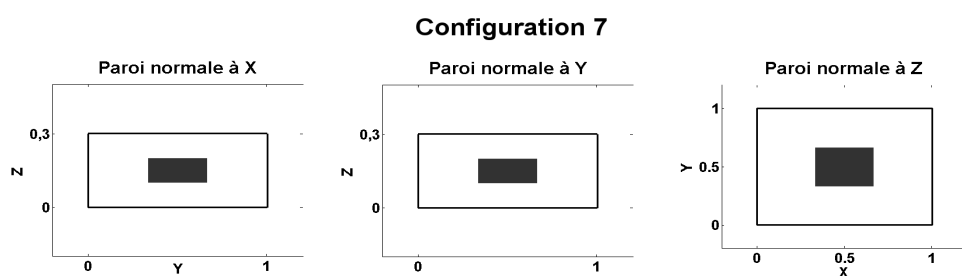


Figure 4.22 – Schéma des réflecteurs de la configuration 7

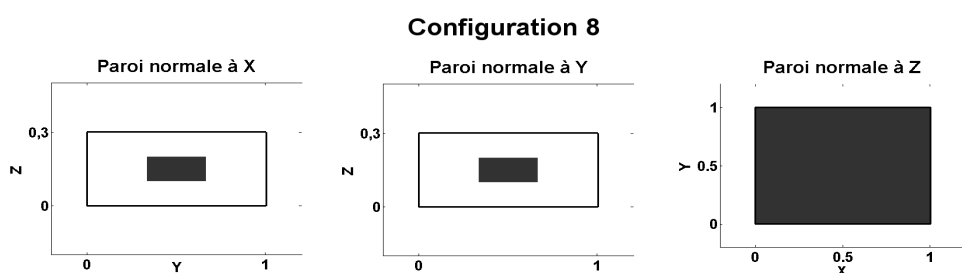


Figure 4.23 – Schéma des réflecteurs de la configuration 8

Le processus de RT est effectué pour chaque configuration et pour plusieurs valeurs d'espacement entre les fils des groupes (1cm, 5cm et 10cm). Le rapport signal sur bruit (SSB, simple) est relevé pour chaque cas et, en plus de l'observation visuelle du signal reçu, celui-ci permet de choisir la configuration la plus favorable aux futures études. Les valeurs de SSB sont présentées dans le tableau 4.4.

Tableau 4.4 – Valeurs du SSB pour les différentes configurations de réflecteurs PEC en fonction de l'espacement des groupes de fils

SSB	Config1	Config2	Config3	Config4
1cm	32.89	6.80	14.40	9.04
5cm	23.23	8.41	13.78	12.26
10cm	24.22	6.54	14.11	12.21
SSB	Config5	Config6	Config7	Config8
1cm	15.62	28.60	34.61	19.60
5cm	15.02	22.90	29.56	19.24
10cm	13.41	23.83	29.48	16.45

Au vu des chiffres du tableau précédent (valeur de SSB élevée pour chaque espacement), la configuration N°7 est retenue pour les futures simulations.

A titre indicatif, des simulations sont effectuées sur chacune des configu-

rations en prenant un espacement de 5cm mais cette fois ci en utilisant 4 fils de réception pour la première étape (donc 4 émetteurs pour la seconde phase). Cela améliore les résultats pour les cas qui paraissaient défavorables sans modifier de manière significative ceux pour les cas dont les résultats étaient déjà « meilleurs », comme le montre le tableau 4.5. Ce résultat montre l'intérêt des réverbérations et de la propriété d'ergodicité du milieu sur le RT. Dans la suite seulement un fil de réception sera alors utilisé (plus simple et pas d'amélioration sur la configuration N°7).

Tableau 4.5 – Valeurs du SSB pour les différentes configurations de PEC avec 4 récepteurs

SSB	Config1	Config2	Config3	Config4
5cm, 4R	38.17	18.27	29.95	29.04
SSB	Config5	Config6	Config7	Config8
5cm, 4R	21.05	28.89	28.83	22.86

4.3.1.3 Définition des paramètres incertains

En tout, dans notre étude, 17 variables sont considérées :

- Des déplacements suivant (O_x) et (O_y) des groupes de fils G1, G2, G3 et seulement (O_y) pour G4,
- Les espacements des groupes de fils,
- Les rayons des fils S, R et des groupes G1 à G4.

Pour le cas de calcul étudié, les valeurs centrales et les variations de chacune des entrées sont décrites dans le tableau 4.6. Les variables aléatoires suivent des distributions de probabilités uniformes.

Tableau 4.6 – Valeurs moyennes et variations des entrées considérées dans l'étude

N°	VA	Moyenne	plage \pm	N°	VA	Moyenne	plage \pm
1	PosG1x	0.5m	2cm	10	EspG3	5cm	5mm
2	PosG1y	0.5m	2cm	11	EspG4	5cm	5mm
3	PosG2x	0.25m	5mm	12	RayS	2mm	0.5mm
4	PosG2y	0.25m	5mm	13	RayR	2mm	0.5mm
5	PosG3x	0.8m	5mm	14	RayG1	2mm	0.5mm
6	PosG3y	0.2m	5mm	15	RayG2	2mm	0.5mm
7	PosG4y	0.5m	5mm	16	RayG3	2mm	0.5mm
8	EspG1	5cm	5mm	17	RayG4	2mm	0.5mm
9	EspG2	5cm	5mm				

Il a fallu prendre garde à respecter quelques contraintes imposées par le logiciel Gorf3D. Ainsi, pour que le cas fonctionne correctement, le nombre de fils présents dans une maille ne doit pas être supérieur à 2 et le rayon d'un fil ne doit jamais dépasser la moitié de la taille d'une maille. Avec des mailles de 1cm, les spécifications du tableau 4.6 respectent ces conditions.

4.3.2 Tests préliminaires

Avant de s'attacher à l'analyse du cas comprenant 17 aléas et s'appliquant sur les groupes de fils évoqués précédemment, quelques tests préparatoires ont été effectués dans l'intention de confirmer l'intérêt d'une telle problématique.

4.3.2.1 Étude des effets de la variation d'une entrée

Dans cette section, des essais ont été menés en considérant une seule entrée changeante. Des simulations paramétriques sont effectuées au cours desquelles la variable en question parcourt l'ensemble de son intervalle de variation. Les autres entrées sont fixées à leur valeur moyenne. Seuls les résultats pour l'observable MaxFoc sont présentés, la configuration N°7 est utilisée. Les résultats obtenus sont illustrés sur les figures 4.24, 4.25 et 4.26 pour respectivement les entrées PosG4Y, EspG1 et EspG3.

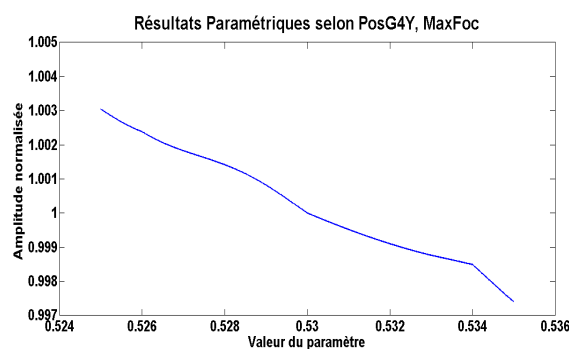


Figure 4.24 – Conséquence de la variation de PosG4Y sur MaxFoc, avec la configuration 7

On peut constater que les niveaux changent assez peu pour les entrées PosG4Y et EspG3 mais qu'au contraire les variations sont plus fortes pour EspG1. Déjà avec seulement des données sur les variations selon une seule VA, les résultats sont très différents d'une entrée à l'autre, tant en terme de niveau de signal reçu que d'évolution en fonction des déplacements paramétriques des indices. Cependant ces effets mesurés avec la variation d'une seule entrée à la fois sont aussi dépendants de la valeur donnée à chacune des autres variables. Sur les figures affichées les variables fixes sont placées à leur valeur moyenne. Pour d'autres positions (valeurs min, valeurs max, placements aléatoires) les

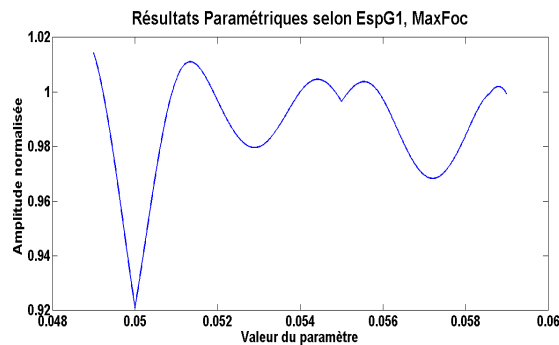


Figure 4.25 – Conséquence de la variation de EspG1 sur MaxFoc, avec la configuration 7

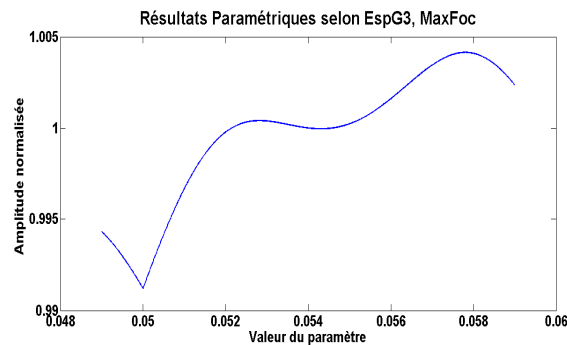


Figure 4.26 – Conséquence de la variation de EspG3 sur MaxFoc, avec la configuration 7

courbes d'influence de l'entrée changeante sont susceptibles d'être différentes. D'autre part on peut aussi se demander ce qu'il en est des interactions entre variables sur le résultat.

4.3.2.2 Étude des effets de la variation combinée de deux entrées

Quelques tests ont été réalisés dans lesquels deux paramètres d'entrée sont variables. La procédure est la même qu'au paragraphe précédent, à savoir que les entrées mobiles se déplacent paramétriquement pour parcourir leur intervalle de variation. Le reste est fixé à la moyenne. Des tests sont effectués avec les couples (PosG1X, PosG1Y) et (PosG1X, EspG1) et exposés respectivement sur les figures 4.27 et 4.28.

Pour une même variable associée à deux entrées différentes, les résultats sont bien distincts. Les niveaux observés ainsi que les fluctuations varient beaucoup.

L'impact des variables aléatoires n'apparaît donc pas comme directement prévisible, le recourt à une étude stochastique globale s'avère nécessaire.

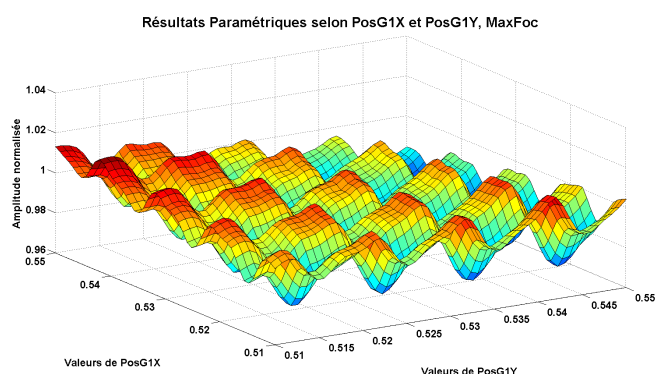


Figure 4.27 – Conséquence des variations de PosG1X et posG1Y sur MaxFoc, avec la configuration 7

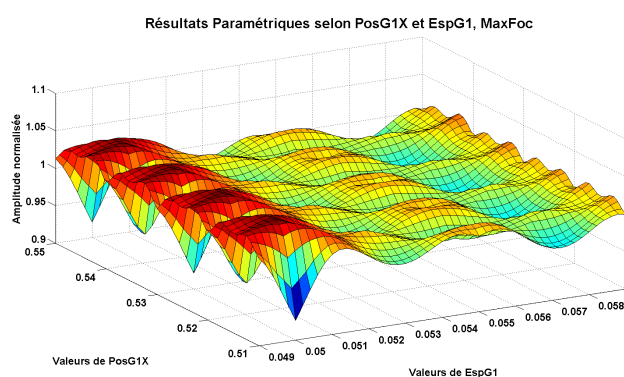


Figure 4.28 – Conséquence des variations de PosG1X et EspG1 sur MaxFoc, avec la configuration 7

4.3.3 Application des méthodes et résultats

Pour ce cas comportant 17 VA, il est évidemment nécessaire d'essayer de déterminer les variables prédominantes afin d'essayer de réduire le modèle.

4.3.3.1 Phase d'AS

Comme pour tous les autres cas présentés précédemment, les calculs des résultats de la méthode de Morris et des indices de Sobol totaux ont été réalisés. Pour chaque technique, l'investissement est relativement faible (toujours dans l'optique de rester efficace pour l'obtention de données qualitatives).

Méthode de Morris

Pour les trois observables choisis (MaxFoc, SSB et SSB2) le criblage de Morris est construit en prenant 20 points de départ. Les graphes de résultats sont

exposés sur les figures 4.29, 4.30 et 4.31.

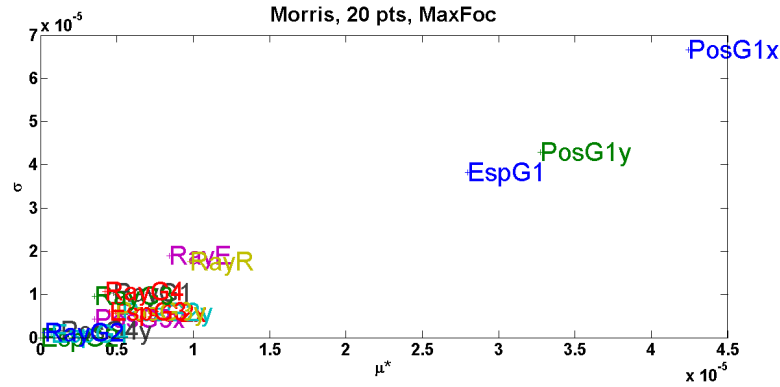


Figure 4.29 – Résultats de la méthode de Morris pour MaxFoc, pour le cas des groupes de fils en cavité

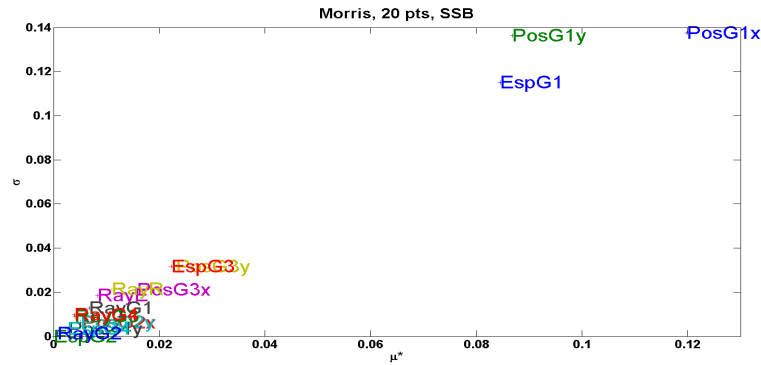


Figure 4.30 – Résultats de la méthode de Morris pour SSB, pour le cas des groupes de fils en cavité

D'après ces figures, pour chacun des observables trois variables se détachent bien des autres : $PosG1x$, $PosG1y$ et $EspG1$.

Indices de Sobol

Les indices totaux de Sobol sont calculés avec des échantillons de taille 20. Leurs valeurs sont illustrées sur la figure 4.32.

Comme pour Morris, trois variables ressortent clairement : les numéros 1, 2 et 8 qui correspondent à $PosG1x$, $PosG1y$ et $EspG1$. Ce résultat semble logique au vu des différentes entrées aléatoires du modèle et de leurs amplitudes de variations. En effet, le groupe de fils G1 possède le plus grand nombre de fils et il est positionné directement entre la source S et le récepteur R. Des aléas affectant ces fils modifient alors les chemins de passages des ondes et impactent le RT.

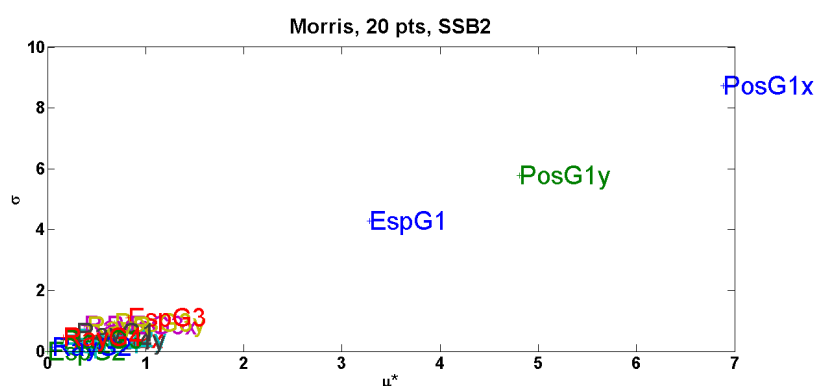


Figure 4.31 – Résultats de la méthode de Morris pour SSB2, pour le cas des groupes de fils en cavité

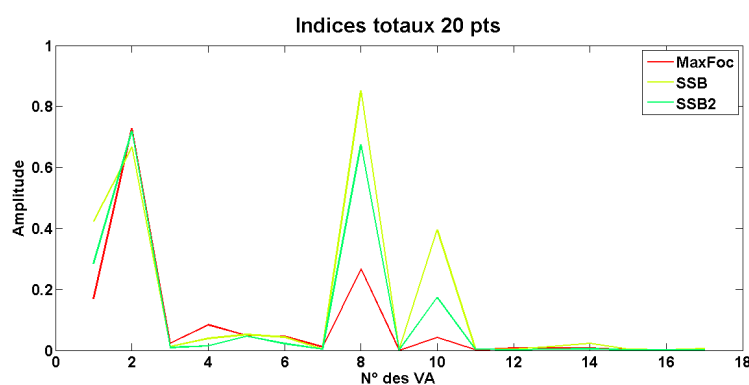


Figure 4.32 – Indices de Sobol totaux, pour le cas des groupes de fils en cavité

4.3.3.2 Phase de CS

La méthode de CS est appliquée sur le modèle réduit aux seules trois variables importantes. Une comparaison avec la moyenne issue de réalisations de MC (sur modèle complet) est pratiquée. A titre de vérification, des simulations de MC sont aussi effectuées sur le modèle réduit aux seules trois variables d'entrée prédominantes. Tous ces résultats pour MaxFoc, SSB et SSB2 sont présentés sur les figures 4.33, 4.34 et 4.35 respectivement.

Pour les trois observables considérés, la méthode de CS converge en bon accord avec MC sur modèle réduit. Avec 5000 points, les deux moyennes de MC fluctuent encore un peu mais donnent déjà une valeur approchée du résultat convergé. L'écart relatif entre les valeurs de CS avec 9 points et les moyennes de MC sur modèle complet sont relativement faibles, surtout au regard de la très forte simplification du modèle (passage de 17 à 3 VA).

Afin de quantifier l'impact des aléas, les CV et RA sont calculés pour les trois observables et exposés dans le tableau 4.7.

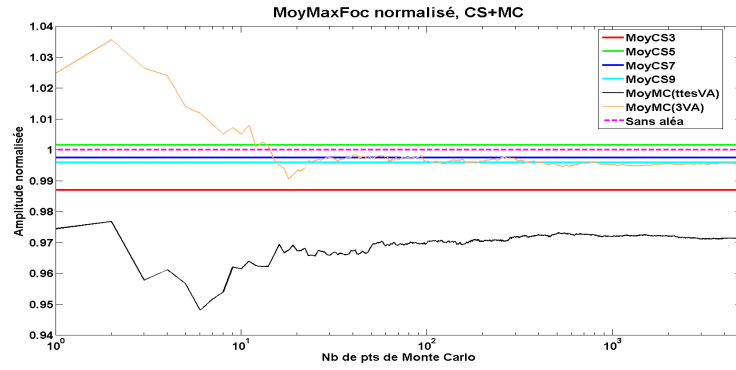


Figure 4.33 – Moyennes de CS et MC pour MaxFoc, pour le cas des groupes de fils en cavité

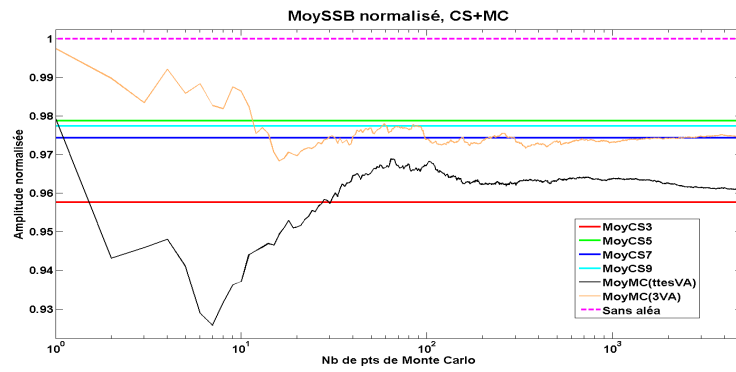


Figure 4.34 – Moyennes de CS et MC pour le SSB, pour le cas des groupes de fils en cavité

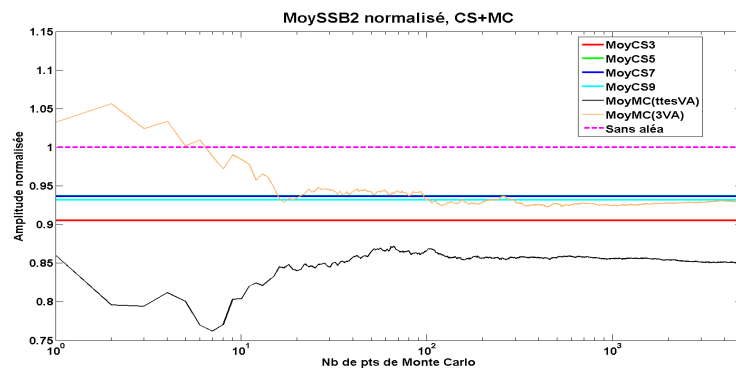


Figure 4.35 – Moyennes de CS et MC pour le SSB2, pour le cas des groupes de fils en cavité

Tableau 4.7 – Tableau des CV et RA, pour le cas des groupes de fils en cavité

	CS9	MC	Sans aléa	CV (%)	RA (%)
MaxFoc	0.01639	0.01599	0.01646	2.00	99.6
SSB	21.3	20.94	21.80	3.20	97.7
SSB2	459	418.8	492.57	10.37	93.2

Pour ce cas, la dispersion est très faible et de la même manière, les taux RA sont très élevés. Les aléas évoluant dans les limites fixées n'ont donc qu'un impact très limité sur le processus de RT.

Le coût (en nombre de réalisations) des différentes méthodes se détaille de la façon suivante :

- Morris, 17 VA, 20 pts de départ : $(17 + 1) \times 20 = 360$,
- Sobol, 17 VA, 20 pts par échantillon : $(17 + 2) \times 20 = 380$,
- CS, 3VA : $1 + 3^3 - 1 + 5^3 - 1 + 7^3 - 1 + 9^3 - 1 = 1221$,
- MC : ≥ 5000 .

La combinaison des méthodes AS+CS nécessite donc environ 1600 réalisations (une seule technique d'AS prise en compte). Cela reste loin des 5000 simulations minimum de MC et représente pour ces chiffres un gain de l'ordre de 70%. Pour cette problématique, l'association de techniques d'AS avec la méthode de CS apparaît donc comme une technique précise et efficace pour la considération d'aléas dans le processus de RT.

4.4 RT dans la CRBM de l'Institut Pascal

La troisième problématique étudiée est plus ancrée dans la CEM, le processus de RT électromagnétique est cette fois effectué dans une chambre réverbérante.

Pour ce cas, la chambre réverbérante de l'Institut Pascal (IP) a été modélisée. Un caisson de blindage métallique ayant servi pour des études précédentes ([17]) en CEM a été introduit à l'intérieur de la CRBM et modélisé à son tour. La figure 4.36 montre une photo de la CRBM et du caisson (ouvert) à l'intérieur de celle-ci.

La modélisation du dispositif est illustrée sur la figure 4.37. Celle-ci a été réalisée sous le logiciel Hypermesh® ([104]). Ce système a ensuite été porté sous Gorf3D et CST MWS® pour effectuer des simulations. L'utilisation de ces deux logiciels a permis d'étudier différents types d'aléas. En effet, d'un côté Gorf3D présente un formalisme filaire évolué, de l'autre, avec CST MWS® il est aisé de modifier la position d'objets. Le but ici n'est pas de comparer frontalement les deux logiciels, mais plutôt de tenir compte des atouts de chacun afin de présenter une plus grande diversité dans les cas de calculs proposés.



Figure 4.36 – Photographie de la CRBM de l'Institut Pascal

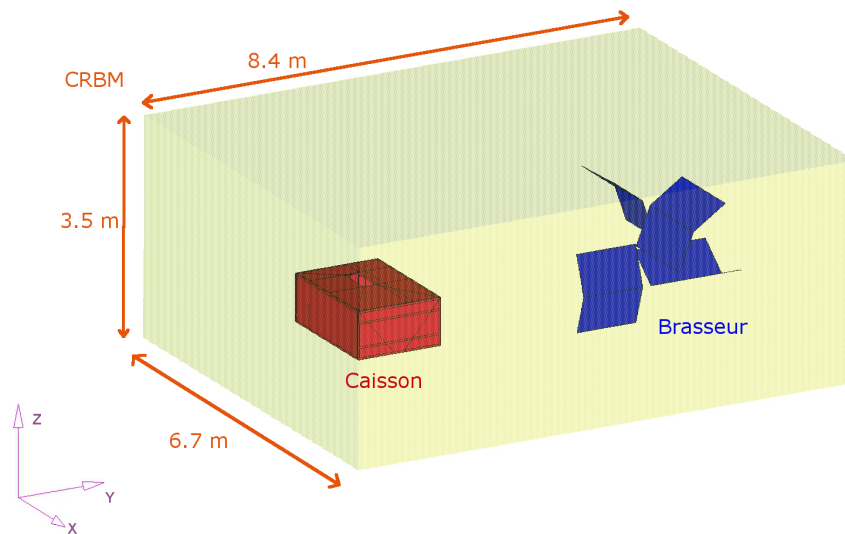


Figure 4.37 – Modélisation de la CRBM de l'Institut pascal

Après la construction de la modélisation sous le logiciel Hypermesh ®, l'export de la configuration a été effectué au format Nastran (.nas). Ce type de fichier est en effet directement intégrable sous CST MWS ®, mais aussi facile à retravailler pour créer les fichiers d'entrée de Gorf3D et appliquer des modifications en vue d'étudier les impacts des aléas.

Pour Gorf3D, la démarche a déjà été décrite au paragraphe 4.1. Elle reste la même ici, excepté l'ajout d'une première étape pour transformer le fichier Nastran initial en cas de calcul Gorf3D qui sert de base.

Pour CST MWS [®], il a fallu, de la même manière qu'avec Gorf3D, automatiser la construction des cas (application des modifications dues aux aléas) et l'export des résultats. Le grand nombre de cas de calculs nécessaire aux études d'AS+CS n'autorise en effet pas l'élaboration « à la main » de ceux-ci en des temps raisonnables. Ces automatisations ont pu être construites grâce à la possibilité de piloter les différentes actions à l'intérieur du logiciel via des commandes Visual Basic [©] (voir annexe C).

4.4.1 RT dans la CRBM, groupes de fils métalliques variables

Le formalisme des fils métalliques ayant montré de bons résultats au cours des problématiques antérieures, celui-ci est repris et permettra de constituer des aléas géométriques. Les simulations sont ici effectuées avec le logiciel Gorf3D.

4.4.1.1 Définition du modèle

Le dispositif étudié est le suivant : le caisson métallique est placé dans le volume utile de la CRBM (volume dans lequel le champ électromagnétique est statistiquement uniforme et homogène, [105]). Ensuite, une source S est disposée à l'extérieur du caisson, un récepteur R se positionne à l'intérieur. Ceux-ci sont représentés par des fils métalliques horizontaux, orientés suivant la direction Y et construits comme des dipôles (résistances de 50Ω à leurs extrémités). Enfin, deux groupe de fils métalliques horizontaux (appelés G1 et G2) sont placés dans le domaine, proches de la source et du caisson.

Les dimensions et positions dans la CRBM des éléments présents sont exprimés dans le tableau 4.8.

Tableau 4.8 – Positions et dimensions des éléments dans la CRBM

Elément	Position (en m)	Dimension
Caisson	$(2.34, 1.3, 0.77)^{t*}$	$1.955m \times 1.40m \times 0.76m$
S	$(3.25, 2, 2.5)^t$	5cm
R	$(3.25, 2, 1.15)^t$	5cm
G1	$(3.25, 3, 2)^t$	25 fils de 5cm
G2	$(5, 3, 2)^t$	25 fils de 5cm
Fente	$(2.545, 1.9, 1.53)^{t*}$	$80cm \times 20cm$
*Coin inférieur gauche.		

Comme pour les problèmes de RT précédents, les réponses observées après RT sont ici l'amplitude du pic de focalisation au point source (MaxFoc) et les deux calculs de rapport signal sur bruit (SSB et SSB2).

4.4.1.2 Variables

Dans cette étude, 10 variables sont prises en compte. Celles-ci sont les suivantes :

- Les positions de S sur X et Z, notée SxS et SzS,
- Les positions du groupe G1 sur X et Z, notée SxG1 et SzG1,
- Les positions du groupe G2 sur X et Z, notée SxG2 et SzG2,
- L'espacement entre les fils du groupe G1, notée EspG1,
- L'espacement entre les fils du groupe G2, noté EspG2,
- Le rayon des fils de G1, noté RayG1,
- Le rayon des fils de G2, noté RayG2.

Ces variables sont choisies comme suivant des lois de probabilité uniformes sur leurs intervalles de variations. Ces derniers sont décrits dans le tableau 4.9.

Tableau 4.9 – Valeurs moyennes et variations des entrées considérées dans l'étude, cas des groupes de fils métalliques variables

N°	VA	Moyenne	plage \pm	N°	VA	Moyenne	plage \pm
1	SxS	3.25m	10cm	10	EspG1	5cm	1cm
2	SzS	2.5m	10cm	11	SxG2	5m	10cm
3	SxG1	3.25m	10cm	12	SzG2	2m	10cm
4	SzG1	2m	10cm	13	RayG2	2mm	0.5mm
5	RayG1	2mm	0.5mm	14	EspG2	5cm	1cm

Ces aléas qui s'appliquent sur le cas étudié sont schématisés sur la figure 4.38.

Le nombre important de variables aléatoires conduit à lancer en premier une étude d'AS.

Pour chaque réalisation, le nombre d'itérations est choisi égal à 5500, ce qui représente une durée de 390ns. Le temps de calcul sur la machine est d'environ 20min par simulation.

4.4.1.3 Analyse de sensibilité

Pour ce cas complexe, le coût numérique de chaque simulation est élevé. Il faut donc chercher à réduire au maximum le nombre de simulations pour la phase d'AS. La méthode de Morris ayant toujours pointé, lors des études précédentes, des résultats confirmés ultérieurement par les indices de Sobol, elle sera utilisée seule pour les études dans la CRBM. De plus, un nombre de points de départ réduit a toujours permis de discriminer correctement les entrées aléatoires, il

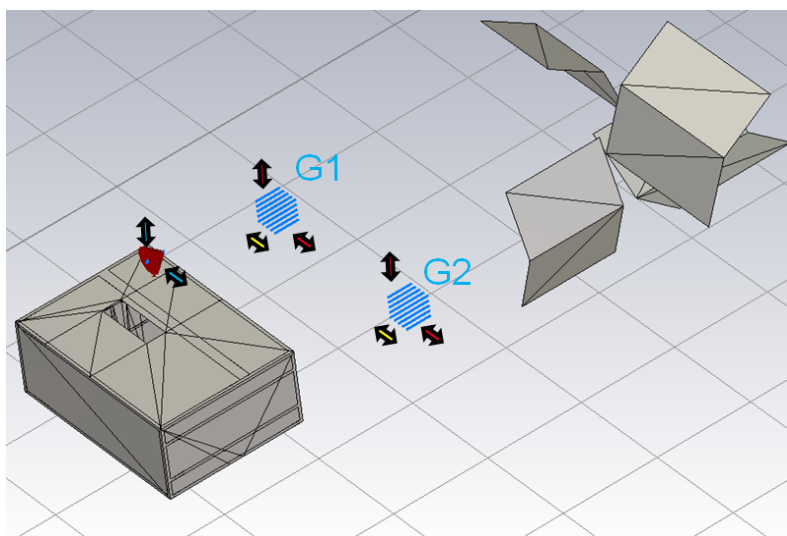


Figure 4.38 – Schéma du dispositif, cas des groupes de fils métalliques variables

n'est donc pas nécessaire de « gaspiller » du temps de calcul en considérant des échantillons trop grands.

Des simulations ont été réalisées pour la méthode de Morris avec 10 points de départ. Les résultats sont présentés sur les figures 4.39, 4.40 et 4.41, respectivement pour MaxFoc, SSB et SSB2.

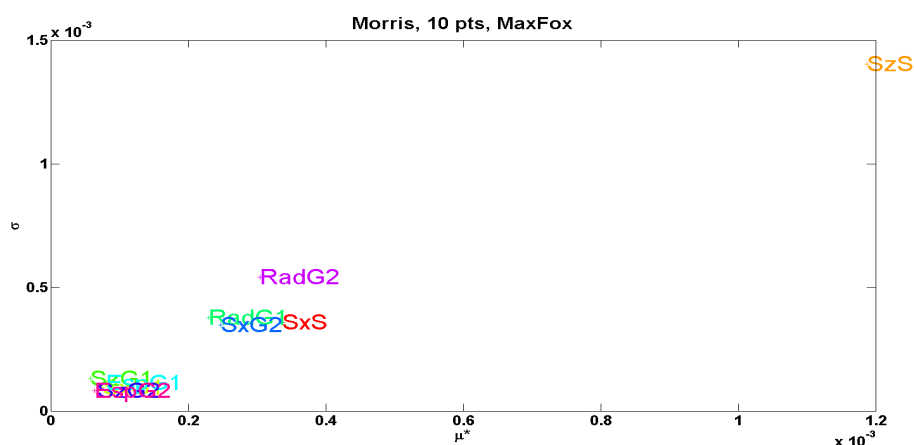


Figure 4.39 – Résultats de la méthode de Morris pour MaxFoc, cas des groupes de fils métalliques variables

Ces figures révèlent pour les trois observables une entrée prédominante : SzS, qui correspond au déplacement vertical (suivant Z) de la source (qui reçoit le signal en deuxième étape de RT). Ce résultat paraît logique, au vu de la propriété de focalisation spatiale du RT.

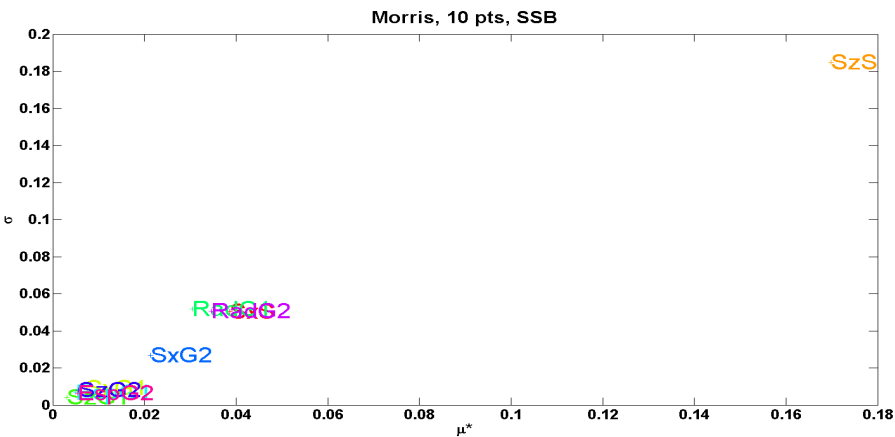


Figure 4.40 – Résultats de la méthode de Morris pour SSB, cas des groupes de fils métalliques variables

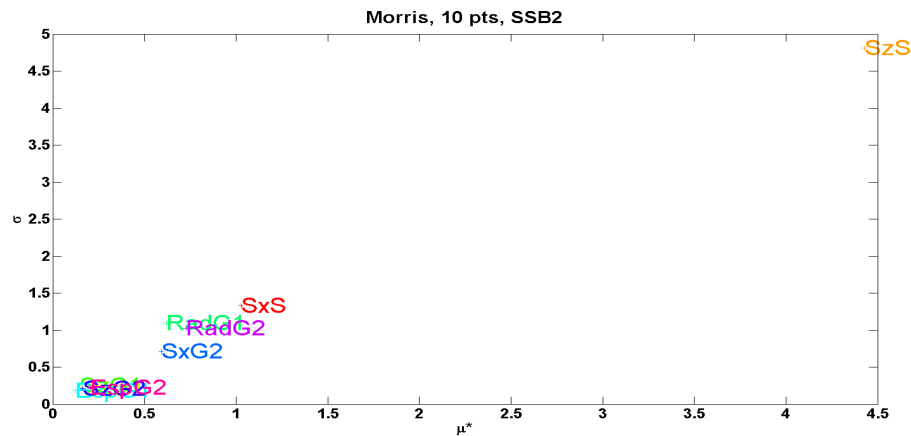


Figure 4.41 – Résultats de la méthode de Morris pour SSB2, cas des groupes de fils métalliques variables

4.4.1.4 Méthode de CS

D’après les conclusions de l’étape d’AS, le modèle est réduit à l’unique entrée prédominante et la méthode de CS est appliquée. La figure 4.42 montre la convergence de la méthode de CS, comparée à celle obtenue avec des réalisations de MC (sur modèle complet), pour MaxFoc.

Les moyennes de CS et MC s’accordent plutôt bien (écart de 4%), compte tenu de la simplification importante du problème (1 VA au lieu de 10).

Avec la méthode AS+CS, une estimation des impacts de divers aléas sur le RT peut être acquise avec un coût numérique raisonnable au lieu d’un grand nombre de réalisations de MC (ici seulement 500 ont été calculées). Ce coût

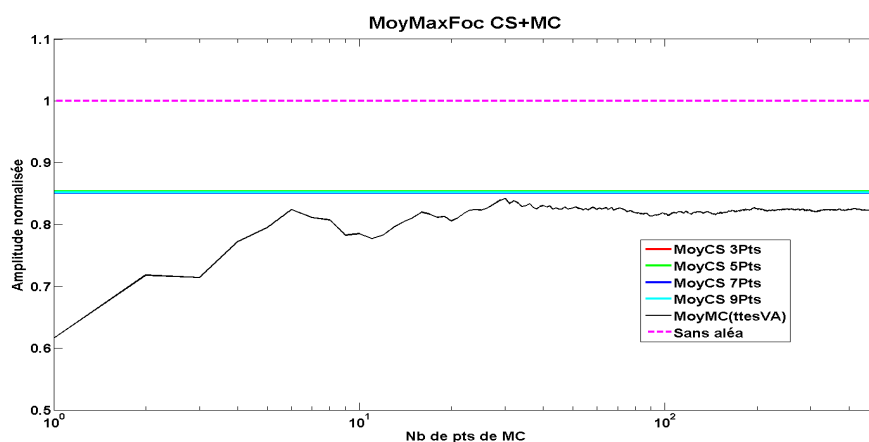


Figure 4.42 – Moyennes de CS (1VA) et MC (toutes les VA) pour MaxFoc, cas des groupes de fils métalliques variables

numérique (en nombre de réalisations) se détaille de la façon suivante :

- Morris, 10 VA, 10 pts de départ : $(10 + 1) \times 10 = 110$,
- CS, 1VA : $1 + 3^1 - 1 + 5^1 - 1 + 7^1 - 1 + 9^1 - 1 = 21$,
- MC : ≥ 500 .

Le rassemblement des méthodes de Morris et de CS nécessitent donc dans ce cas, 131 réalisations pour donner des estimations des effets des aléas. Ces évaluations d'impacts sont présentées dans le tableau 4.10 qui donne les taux CV et RA pour chaque observable.

Tableau 4.10 – CV et RA, cas des groupes de fils métalliques variables

	CS9	MC	Sans aléa	CV (%)	RA (%)
MaxFoc	0.1468	0.1406	0.1707	14.06	86
SSB	19.34	19.15	21.17	11.93	91
SSB2	252.3	248.4	301.63	23.51	84

Ici le RT apparaît affecté de l'ordre de 10 à 20% (RA entre 84% et 91%), ce qui laisse entrevoir une focalisation maximale ou un rapport signal sur bruit toujours intéressant au regard des applications visées du RT (ici, focalisation sélective en CRBM).

La méthodologie AS+CS sur ce cas montre une très bonne efficacité : près de 75% comparé aux 500 réalisations (minimum) de MC. De plus elle apparaît aussi très précise, les résultats obtenus sont très proches de ceux donnés par MC.

4.4.2 RT dans la CRBM, cubes métalliques

Ce second cas complexe de RT, mettant en jeu la chambre réverbérante de l'Institut Pascal, est traité avec le logiciel CST MWS ®. En effet, CST MWS ® utilise une procédure de maillage automatique qui permet un raffinement du maillage à certains endroits sans surcoût numérique important. Ainsi des mouvements d'éléments géométriques, différents des fils métalliques, peuvent être pris en compte. Au paragraphe 3.1.1.2 nous avons testé l'impact du maillage sur les résultats. Ici, pour être parfaitement rigoureux, il faudrait procéder de même. Toutefois, CST MWS ® étant un logiciel industriel reconnu et très utilisé, les approximations dues à la création du maillage peuvent paraître limitées. L'étape préliminaire du chapitre 3 (création du maillage et validation) a été omise dans la suite.

Les grandes lignes du dispositif utilisé dans le cas précédent sont conservées pour les études avec CST MWS ®, à savoir les positions du caisson, de S, de R et leurs dimensions. Cependant les groupes de fils, intéressants sous Gorf3D, sont remplacés aux mêmes positions par des cubes métalliques (volumes entourant les anciens groupes de fils, centre d'un cube = position du centre du fil central). Ces cubes vont jouer le rôle d'équipements placés à proximité du système. Les observables demeurent identiques, à savoir MaxFoc, SSB et SSB2.

Afin de considérer différents types d'aléas, deux cas sont considérés. Pour le premier, 9 variables d'entrée sont prises en compte et correspondent aux aléas suivants :

- Les positions de S sur X et Z, notées S_xS et S_zS ,
- La largeur de la fente, notée $OuvF$,
- Les positions du cube C1 sur X, Y et Z, notées S_xC1 , S_yC1 , S_zC1 ,
- Les positions du cube C2 sur X, Y et Z, notées S_xC2 , S_yC2 , S_zC2 .

Concernant l'aléa géométrique de l'ouverture de la fente du caisson, une diminution de l'espacement se fera selon la dimension X. Ainsi la valeur moyenne d'ouverture sera de 20cm (80cm précédemment) et ce sont les coins initialement en $(3.345m, 1.9m, 1.53m)$ et $(3.345m, 2.1m, 1.53m)$ qui se déplacent. Leur nouvelle position moyenne est donc maintenant de $(2.795m, 1.9m, 1.53m)$ et $(2.795m, 2.1m, 1.53m)$. Cet aléa peut être testé en pratique. En effet, un moteur peut être positionné dans le caisson pour actionner le mouvement d'une plaque métallique venant recouvrir l'ouverture.

Les moyennes et intervalles de variations sont regroupés dans le tableau 4.11.

Les positions indiquées pour les cubes sont celles des centres de ceux-ci. La figure 4.43 illustre ces variations.

Pour ce cas, ainsi que le suivant, modélisés tous deux avec le logiciel CST MWS ®, des durées de 560ns sont simulées. La machine de calcul est cette fois un Intel Xeon possédant un CPU E5-2643 à 3.30GHz et 16Go de RAM. Le temps de calcul nécessaire par simulation est d'environ 10min.

Tableau 4.11 – Valeurs moyennes et variations des entrées considérées dans l'étude, cas des cubes métalliques

N°	VA	Moyenne	plage \pm	N°	VA	Moyenne	plage \pm
1	SxS	3.25m	1cm	6	SzC1	2m	1cm
2	SzS	2.5m	1cm	7	SxC2	5m	1cm
3	OuvF	2.795	10cm	8	SyC2	3m	1cm
4	SxC1	3.25m	1cm	9	SzC2	2m	1cm
5	SyC1	3m	1cm				

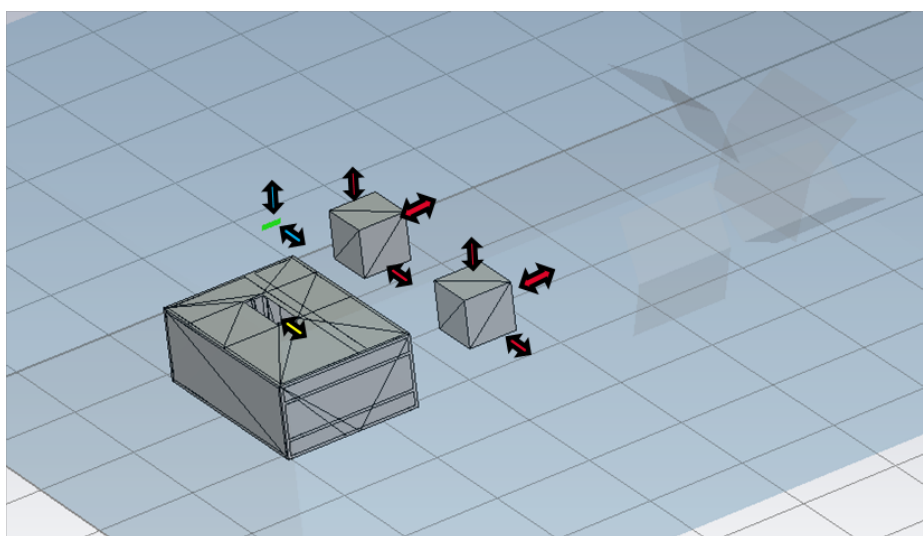


Figure 4.43 – Schéma du dispositif, cas des cubes métalliques

4.4.2.1 Analyse de sensibilité

Comme pour le cas précédent sous Gorf3D, seule la méthode de Morris est utilisée ici. Des simulations sont donc lancées pour la méthode de Morris avec 10 points de départ. Les résultats sont visibles pour les trois observables sur les figures 4.44, 4.45 et 4.46.

Sur chacune des figures, deux entrées se détachent des autres : SxS qui correspond au déplacement suivant X de la source, et OuvF, l'ouverture de la fente du caisson.

4.4.2.2 Méthode de CS

Une fois le modèle réduit aux deux variables prédominantes révélées par l'étape d'AS, la méthode de CS est appliquée. La figure 4.47 montre les moyennes de CS obtenues pour l'observable MaxFoc. Comme précédemment, une comparaison est effectuée avec la moyenne des réalisations de MC sur le modèle complet.

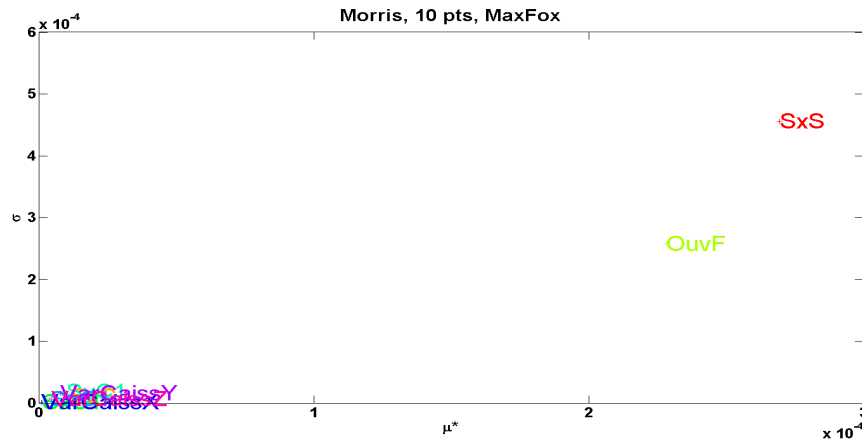


Figure 4.44 – Résultats de la méthode de Morris pour MaxFoc, cas des cubes métalliques

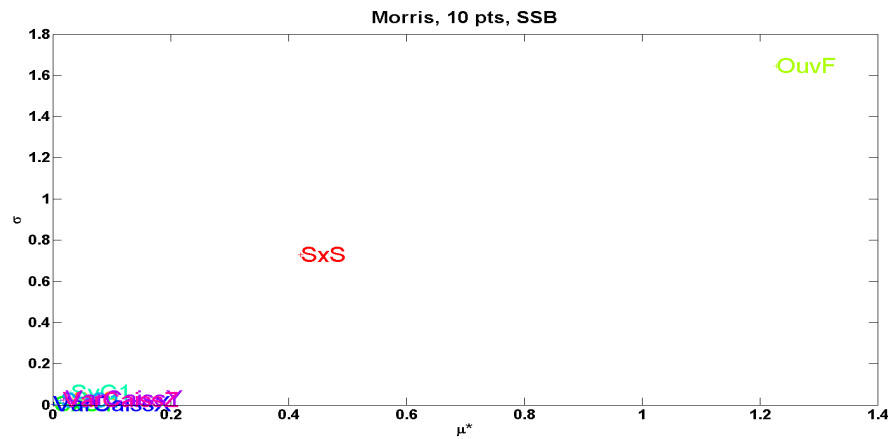


Figure 4.45 – Résultats de la méthode de Morris pour SSB, cas des cubes métalliques

La figure 4.47 révèle une forte proximité entre résultats de CS sur modèle réduit et de MC sur modèle complet. Le coût numérique est cette fois ci de :

- Morris, 9 VA, 10 pts de départ : $(9 + 1) \times 10 = 100$,
- CS, 2 VA : $1 + 3^2 - 1 + 5^2 - 1 + 7^2 - 1 + 9^2 - 1 = 161$

Le coût total de l'étude avec le couplage AS+CS est donc de 261 simulations, ce qui est assez peu, toujours en comparaison du coût d'une étude de MC (ici seulement 500 simulations ont pu être réalisées).

La récolte des résultats de la méthode de CS permet aussi d'estimer la dispersion et l'impact des aléas sur le RT, par l'intermédiaire des calculs de CV et

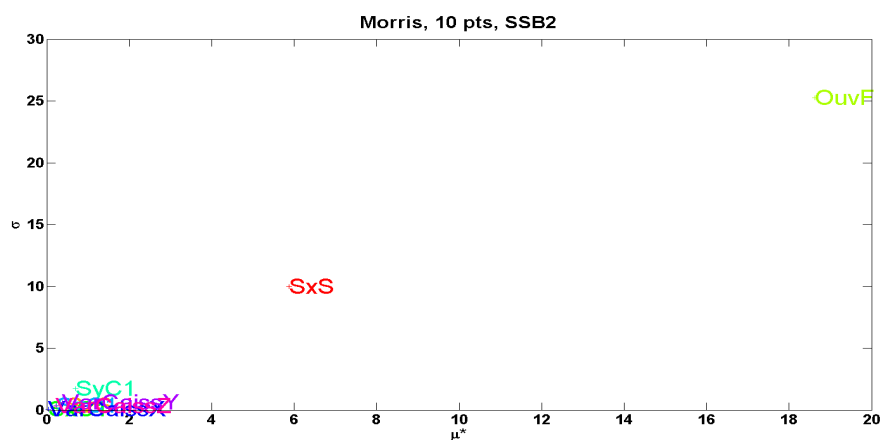


Figure 4.46 – Résultats de la méthode de Morris pour SSB2, cas des cubes métalliques

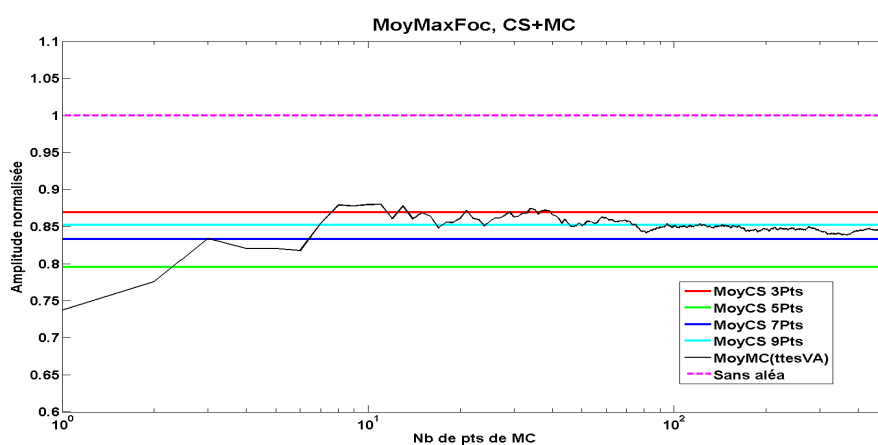


Figure 4.47 – Moyennes de CS et MC pour MaxFoc, cas des cubes métalliques

RA. Ceux-ci sont présentés dans le tableau 4.12.

Tableau 4.12 – CV et RA, cas des cubes métalliques

	CS9	MC	Sans aléa	CV (%)	RA (%)
MaxFoc	0.003	0.002976	0.003519	16.40	85.25
SSB	11.67	11.34	14.54	19.05	80.26
SSB2	99.19	92.27	156.7	41.43	63.30

Ce tableau montre un impact assez important des aléas sur le processus de RT dans ce cas (réduction de 15 à 35% sur le RA). La proximité forte entre résultats acquis par CS et par MC confirme encore

une fois, en plus de son efficience, la bonne précision de la combinaison AS+CS pour la considération d'aléas dans des problèmes de RT. La prépondérance des impacts liés au déplacement de la source et à la dimension de l'ouverture peuvent s'interpréter d'un côté par la propriété de refocalisation spatiale du RT et d'un autre côté par l'importance que peut avoir l'ouverture sur le signal entrant ou sortant dans la cavité, comme vu au paragraphe 3.2.3.

4.4.3 RT dans la CRBM, dimensions variables du caisson

Pour le second cas étudié avec CST MWS ®, le dispositif reste identique, mais les aléas portent cette fois sur :

- Les positions de S sur X et Z, notées SxS et SzS,
- La largeur de la fente, notée OuvF,
- Les positions du cube C1 sur X, Y et Z, notées SxC1, SyC1, SzC1,
- Les dimensions du caisson métallique sur X, Y et Z, notées VarCaissX, VarCaissY, VarCaissZ.

Ce dernier type d'aléas peut se rencontrer en cas de variations de températures (entraînant des changements de taille des éléments) ou encore en cas de vibrations qui font osciller les dimensions du caisson (si le caisson est placé dans un repère mobile, véhicule ou avion par exemple). Cela porte le nombre de variables d'entrée à 9.

Pour cette seconde problématique sous CST MWS ®, les moyennes et intervalles de variations sont regroupés dans le tableau 4.13.

Tableau 4.13 – Valeurs moyennes et variations des entrées considérées dans l'étude, cas des dimensions variables du caisson

N°	VA	Moyenne	plage \pm	N°	VA	Moyenne	plage \pm
1	SxS	3.25m	3cm	6	SzC1	2m	1cm
2	SzS	2.5m	3cm	7	VarCaissX	1.955m	3cm
3	OuvF	2.795m	1cm	8	VarCaissY	1.4m	5cm
4	SxC1	3.25m	1cm	9	VarCaissZ	0.76m	5cm
5	SyC1	3m	1cm				

La figure 4.48 illustre ces variations.

Dans cette étude, les observables examinés dans les problématiques précédentes sont conservés, à savoir MaxFoc, SSB et SSB2.

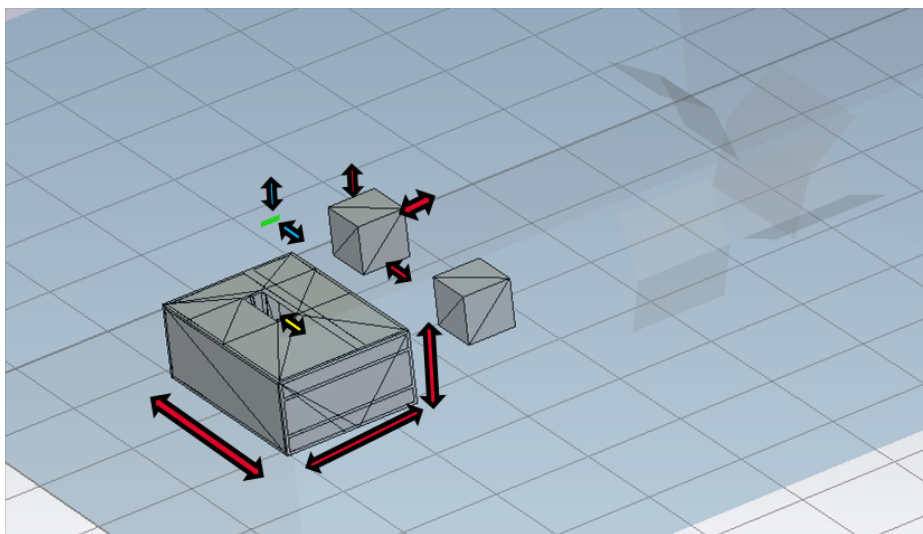


Figure 4.48 – Schéma du dispositif, cas des dimensions variables du caisson

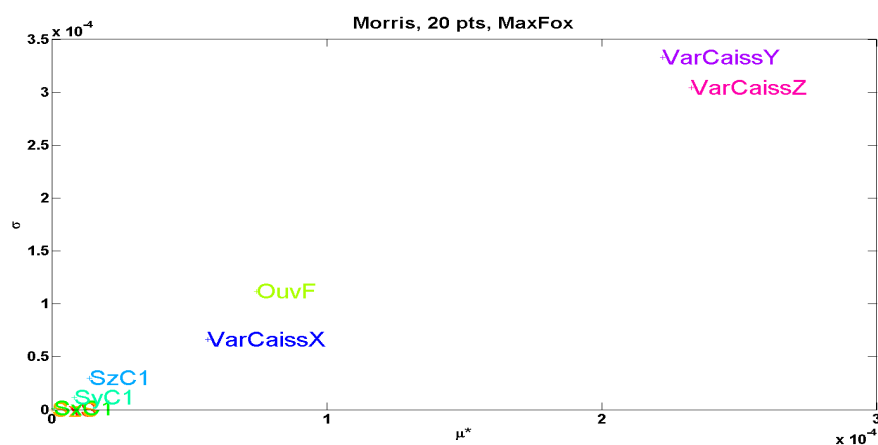


Figure 4.49 – Résultats de la méthode de Morris pour MaxFoc, cas des dimensions variables du caisson

4.4.3.1 Analyse de sensibilité

Afin de déterminer les entrées ayant des influences prédominantes, des simulations pour la méthode de Morris sont exécutées avec 20 points de départ. Les μ^* et σ sont regroupés sur les figures 4.49, 4.50 et 4.51.

Ces figures mettent en lumière chacune deux variables : VarCaissY et VarCaissZ qui représentent les modifications des dimensions du caisson suivant les directions Y et Z.

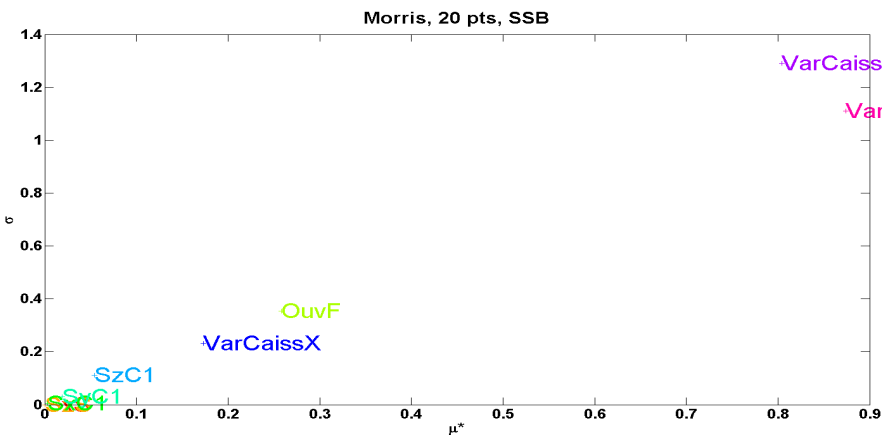


Figure 4.50 – Résultats de la méthode de Morris pour SSB, cas des dimensions variables du caisson

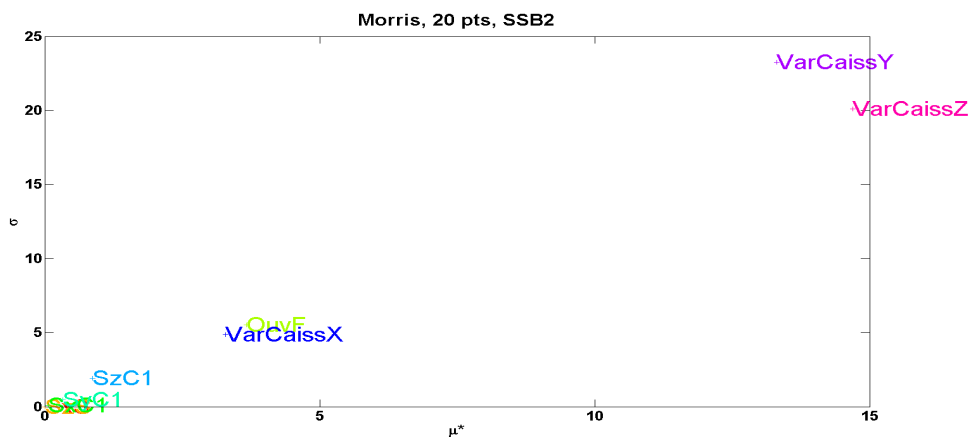


Figure 4.51 – Résultats de la méthode de Morris pour SSB2, cas des dimensions variables du caisson

4.4.3.2 Méthode de CS

La méthode de CS peut maintenant être naturellement appliquée efficacement sur le cas étudié en ne tenant compte que des deux VA ayant des influences prédominantes. Comme pour les problématiques précédentes, les moyennes de la méthode de CS sur le modèle réduit à VarCaissY et VarCaissZ sont confrontées à celles obtenues après l'exécution de réalisations de MC prenant en compte toutes les entrées. Cette comparaison est présentée pour l'observable MaxFoc sur la figure 4.52.

Même si les 500 réalisations de MC ne semblent pas suffire pour véritablement donner une valeur convergée, les moyennes de CS et de MC sont très

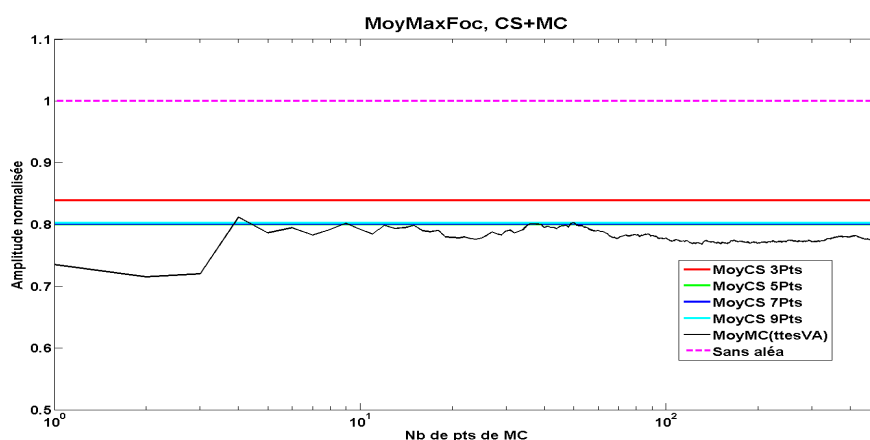


Figure 4.52 – Moyennes de CS et MC pour MaxFoc, cas des dimensions variables du caisson

proches. La méthodologie AS+CS montre encore une fois une bonne efficacité avec 361 simulations nécessaires. Le coût se calcule de la même manière que pour les cas précédents selon :

- Morris, 9 VA, 20 pts de départ : $(9 + 1) \times 20 = 200$,
- CS, 2VA : $1 + 3^2 - 1 + 5^2 - 1 + 7^2 - 1 + 9^2 - 1 = 161$.

Les estimations des impacts des aléas sur le processus de RT sont illustrées par le CV et le RA dans le tableau 4.14

Tableau 4.14 – CV et RA, cas des dimensions variables du caisson

	CS9	MC	Sans aléa	CV (%)	RA (%)
MaxFoc	0.002803	0.002719	0.003493	15.8	80.25
SSB	12.35	11.4	14.47	20.08	85.35
SSB2	86.19	77.06	152.6	44.51	56.48

L'effet des aléas sur le processus de RT est encore une fois important. Les résultats sont assez dispersés (CV entre 15 et 44%), l'amplitude de focalisation est diminuée de 20% par rapport au cas « normal » sans aléas. La forme même du signal reçu est elle aussi bien affectée puisque le SSB et le SSB2 affichent une baisse de respectivement 15% et 45%. Intuitivement des résultats un peu plus marqués auraient pu être attendus, comparativement au cas précédent. En effet, si les dimensions du caisson varient, les résonances à l'intérieur devraient se déplacer à l'intérieur de la cavité et affecter fortement la bonne refocalisation du RT. Or ces impacts sont en réalité assez similaires à ceux déterminés au cas précédent. Cela justifie a posteriori l'usage d'une étude stochastique.

Dans ce dernier chapitre, la méthodologie AS+CS a été appliquée avec succès sur des problèmes complexes de RT. Les multiples cas étudiés et l'utilisation de différents logiciels ont permis d'éprouver l'efficacité et la précision de l'association AS+CS sur le processus de RT sujet à des types d'aléas diversifiés.

La combinaison de ces deux types d'approches (AS qualitative puis CS quantitative) constitue une alternative efficace à la méthode de Monte Carlo. En effet, la réduction de coût numérique peut s'avérer significative sur des problématiques dans lesquelles seulement quelques variables d'entrée possèdent une influence prédominante.

De plus, la précision apparaît souvent très bonne. Cette précision est mesurée par la différence entre les résultats obtenus par AS+CS et ceux pointés par MC (qui est considérée comme méthode de référence pour nos études). Les impacts des aléas survenant entre les étapes du RT sur les résultats du processus peuvent alors être quantifiés efficacement grâce à cette conjugaison de techniques d'AS et de la méthode de CS.

Dans les cas étudiés et présentés dans ce manuscrit, les variables d'entrées étaient bien séparées lors de l'analyse des résultats des méthodes d'AS. Ce n'est pas toujours le cas dans la réalité. Il est tout à fait possible de se retrouver à l'issue de l'étape d'AS avec des entrées dont l'impact sur la sortie n'est ni prédominant, ni négligeable, mais juste « moyen ». Faut-il alors les retenir pour l'application de la méthode de CS ? Le facteur limitant en terme de coût vient en effet de la méthode de CS dont le nombre de réalisations nécessaires augmente très fortement avec le nombre de VA. Une solution pourrait venir d'un nivellement de l'importance des VA en fonction des résultats d'AS. Ainsi il faudrait considérer par exemple 9 points de CS pour une VA très influente et 3 points de CS pour des variables d'impact plus modérées mais non négligeables. Sur un problème faisant ressortir une VA très forte et 3 variables moyennes, le coût serait alors de $3^3 \times 9 = 243$ au lieu de $9^4 = 6561$. L'idée semble prometteuse mais nécessiterait des investigations supplémentaires. Toutefois, dans les problèmes rencontrés en CEM, rarement plus d'une dizaine de VA sont considérées et celles-ci sont possèdent souvent des influences clairement différenciées.

Enfin, il est important de noter que le couplage AS+CS se révèle être non-intrusif, donc indépendant du type de problème sur lequel il est appliqué. D'autres types de problématiques et différents codes de calculs peuvent être utilisés avec cette méthode. Nous avons donc en main une technique globale de prise en compte de l'incertain.

Conclusion

Dans cette thèse, une méthodologie de prise en compte de l'incertain affectant le processus de Retournement Temporel (RT) électromagnétique a été développée. Pour quantifier les impacts des aléas se produisant entre les étapes du RT, qui vont altérer le bon fonctionnement idéalisé du processus, notamment sa capacité de focalisation, elle réunit des techniques d'Analyse de Sensibilité (AS) avec la méthode de Collocation Stochastique (CS). En effet, parmi les nombreuses méthodes alternatives à Monte Carlo (MC), qui est souvent utilisée comme référence mais qui se révèle en pratique trop coûteuse en nombre de réalisations, la méthode de CS combine une très grande précision avec une efficacité remarquable. Moins d'une dizaine de réalisations peuvent ainsi donner le même résultat que des milliers de simulations MC. Néanmoins, l'augmentation de la dimension du modèle engendre une croissance exponentielle du coût de la méthode. Cette limitation peut être en partie compensée par l'ajout de techniques d'AS qui réduisent la taille du modèle en ciblant les entrées prépondérantes. Il existe de multiples techniques d'AS, qui possèdent toutes des spécificités pour faire face aux différents problèmes rencontrés, le choix s'est porté sur la méthode de Morris et les indices de Sobol (totaux). Ces techniques qualitatives, permettent de discriminer à moindre coût les entrées prédominantes d'un modèle. Ainsi, pour les problèmes de dimension élevée, ces méthodes ont été utilisées afin de compresser le modèle et ensuite appliquer efficacement la méthode de CS, qui donne alors des informations quantitatives sur les impacts des aléas dans les cas de RT étudiés.

Les premières problématiques présentées dans ce manuscrit ont permis, d'une part, de valider l'utilisation de la méthode de CS sur des cas académiques de RT comportant un nombre réduit de Variables Aléatoires (VA). Différents types d'aléas affectant le processus de RT ont pu être pris en compte efficacement. D'autre part, les techniques d'AS choisies (Morris, indices de Sobol) ont été mises en place sur des cas dont la résolution est rapide (formules analytiques) mais qui comportent un grand nombre d'entrées aléatoires. Ces méthodes ont permis d'obtenir, pour des coûts numériques réduits, des résultats intéressants concernant les impacts des différentes VA sur les sorties des modèles. Le coût faible est en effet un point important en vue de l'application de ces méthodes sur des modèles complexes de RT aux temps de calculs longs. Une fois les données qualitatives obtenues sur l'influence des différentes VA, la combinaison avec la

méthode de CS a été testée comparativement à des résultats de MC et a donné de très bons résultats en termes de précision et d'efficacité.

Après ces premières études, la combinaison de méthodes d'AS et de la CS a été appliquée sur des problématiques réalistes de RT affectés de changements aléatoires entre les deux étapes. Pour traiter ces modèles, l'emploi préalable de codes Différences Finies (FDTD) est remplacé par l'utilisation de solveur industriels, Gorf3D et CST MWS®. Là encore, l'association des méthodes d'AS et de CS fait ressortir les VA prédominantes, réduit le modèle, puis quantifie précisément et efficacement les impacts des divers paramètres aléatoires sur les observables du RT.

L'aboutissement de ces travaux de thèse a consisté en l'étude de cas concrets sur une modélisation de la chambre réverbérante de l'Institut Pascal (IP) dans laquelle un caisson métallique est positionné. Une fois la modélisation du système effectuée, le couplage d'AS et de la CS est utilisé. Chaque fois, une estimation précise des impacts des aléas sur le RT a pu être obtenue pour un coût raisonnable (toujours comparativement à MC).

Ainsi, lorsque les entrées sont bien séparées à l'issue de la phase initiale d'AS, avec peu de variables ayant une influence prédominante, l'association avec la méthode de CS s'avère très efficace et précise. En effet, si le nombre de VA prépondérantes est restreint, la dimension du modèle sur lequel est appliquée la méthode de CS est faible. Cette dernière nécessite alors peu de réalisations pour donner ses résultats et une bonne efficacité est donc constatée. Si les VA sont bien discriminées à l'issue de l'étape d'AS, le modèle réduit aux seules variables influentes reste peu éloigné du système complet en terme d'impact des aléas. L'estimation par la méthode de CS des effets des VA est donc proche de la « réalité ». À l'inverse, quand la différenciation entre variables n'est pas franche, la conjugaison de techniques d'AS et de la méthode de CS présente certaines limites. Pour conserver un modèle réduit significatif, le nombre de VA à prendre en compte avec la CS est important, impliquant un coût numérique élevé. Une solution envisagée est alors d'utiliser la méthode de CS de manière différenciée en fonction de l'importance relative des entrées, dans le but de limiter l'augmentation du coût numérique. Contrairement aux cas présentés, pour lesquels les nombres de points de collocation étaient identiques pour chaque variable, le choix du nombre de points à prendre en compte serait spécifique à chaque entrée aléatoire et relatif à son degré d'influence, donné par l'étude d'AS. Pour être entièrement validée, cette idée nécessite des études supplémentaires mais des résultats intéressants sont attendus.

D'autre part, la méthodologie développée s'avère être non-intrusive (association de méthodes d'AS non-intrusives avec la méthode de CS qui l'est aussi), c'est-à-dire qu'elle est indépendante du type de problème sur lequel elle est appliquée. Ceci se révèle être un avantage important, notamment dans un cadre expérimental, où seul ce type de méthode peut être envisagé. Dans un domaine plus large, différents types de problèmes, de codes de calculs, ou même d'expérimentations peuvent être considérés. On peut penser en premier lieu à une

technique récente, la méthode LCCF (« Linear Combination of Configuration Fields », [29]), qui constitue une alternative au RT pour focaliser précisément un champ électromagnétique. Ensuite, le RT en 1D a récemment été utilisé pour réaliser des diagnostics filaires et détecter des défauts non francs. Cette application est fortement sujette à l'incertain car, alors que la première étape se déroule lorsque le câble est neuf, la seconde phase peut être effectuée des années plus tard. Sans se cantonner aux problématiques de focalisations de champ électromagnétique, la méthodologie développée pourrait s'appliquer dans de nombreux secteurs pour lesquels la prise en compte de l'incertain est une thématique importante, notamment les problèmes multi-physiques incluant une dimension électromagnétique et ajoutant des sources d'incertitudes supplémentaires (géosciences, problèmes de variations thermiques dans les cablages de véhicules,...).

Annexes

Annexe A

Principe de Huygens

Le principe de Huygens ou principe de Huyens-Fresnel constitue un fondement de la théorie des ondes. Pour le développer, Huygens s'est inspiré de l'observation de vagues à la surface de l'eau. Il a en effet constaté que l'onde, créée par la chute d'un objet dans l'eau, se propage par action de proche en proche et que son mouvement en un point P et à un instant donné t n'est dû qu'à l'action des points du voisinage de P à l'instant précédent.

Huygens a donc énoncé son principe de la façon suivante :

« Chaque point d'une surface d'onde Σ_0 entourant une source S_0 à l'instant t_0 peut être considéré comme une source secondaire qui émet des ondelettes sphériques. A l'instant t postérieur à t_0 , la surface d'onde Σ est l'enveloppe des surfaces d'ondes émises par les sources secondaires convenablement réparties sur Σ_0 » (figure A.1).

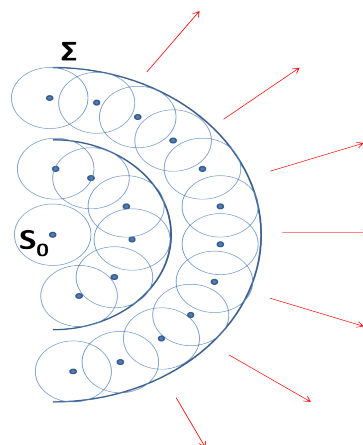


Figure A.1 – Illustration schématique du principe de Huygens

Ce principe a ensuite été complété par Fresnel de la manière suivante :

« Chaque point M d'une surface Σ entourant une source peut être considéré

comme une source secondaire émettant une onde sphérique dont l'amplitude et la phase sont celles de l'onde incidente au point M ».

En électromagnétisme on peut donc calculer le champ électromagnétique en n'importe quel point du domaine à partir de la connaissance des champs sur une surface fermée comprenant les sources dans le volume qu'elle définit.

Le théorème de Helmholtz-Kirchhoff ou formulation intégrale de l'équation de propagation est une extension du principe de Huygens. Grâce à cette formulation, le champ (acoustique ou électromagnétique) dans un volume peut se déduire simplement à partir de la mesure de ce même champ et de sa dérivée normale sur une surface qui entoure le volume en question.

Le principe de Huygens, aussi appelé principe d'équivalence est très utile en simulation informatique. On peut citer plusieurs exemples d'utilisations :

- La Cavité à RT (CRT) vue au paragraphe 2.1.2 se base sur cette propriété pour obtenir le champ EM à partir du calcul sur une surface fermée entourant la source. Pour rappel, la figure A.2 montre les deux étapes du RT avec une CRT.
- Le principe de Huygens permet le calcul des champs lointains à partir d'une surface fermée qui entoure tous les objets diffractant.
- Des conditions aux limites pour simuler l'espace libre ont été développées récemment ([106]) et s'inspirent de ce principe.

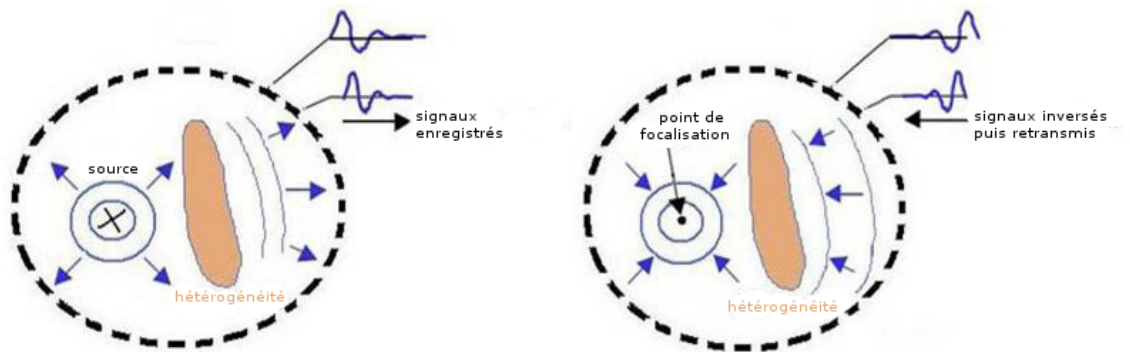


Figure A.2 – Les deux étapes du RT dans une cavité : à gauche, lors de la 1^{re} étape, la source émet un signal qui se propage et est enregistré au cours du temps par des récepteurs ; à droite, lors de la 2^e étape, les signaux sont inversés par rapport au temps puis injectés à partir de leur endroit de réception. L'onde se refocalise au point source initial

Annexe B

Autres méthodes stochastiques

B.1 Unscented Transform

La méthode Unscented Transform (UT), [34, 35, 36] possède une philosophie similaire à la Collocation Stochastique (CS) présentée au paragraphe 2.3.2. En effet, cette méthode permet d'approcher les moments statistiques d'une variable Y sous la forme de sommes pondérées. Pour un problème à une dimension ($Y = f(X)$), la moyenne et la variance peuvent s'écrire :

$$\begin{aligned} E[Y] &= E[f(X)] = \sum_{i=1}^{n+1} \omega_i f(s_i) \\ \text{var}(Y) &= \sum_{i=1}^{n+1} \omega_i f(s_i)^2 - E[Y]^2 \end{aligned} \tag{B.1.1}$$

Les points s_i (appelés « sigma points ») et les poids ω_i sont déterminés à partir de la résolution d'un système mettant en jeu les moments statistiques de X d'ordre k .

$$E[X^k] = \sum_{i=1}^{n+1} \omega_i (s_i)^k \tag{B.1.2}$$

La précision de la méthode sera fonction du nombre de moments considérés.

On suppose que X peut se décomposer sous la forme $X = \bar{X} + \hat{x}$, où \bar{X} représente la moyenne de X et \hat{x} est une variable aléatoire de distribution de probabilité connue et de moyenne nulle.

On commence par exprimer $Y = f(X)$ selon un développement de Taylor :

$$\begin{aligned} Y &= f(X) = f(\bar{X} + \hat{x}) \\ &= f(\bar{X}) + \frac{df}{dx} \hat{x} + \frac{1}{2!} \frac{d^2 f}{dx^2} \hat{x}^2 + \frac{1}{3!} \frac{d^3 f}{dx^3} \hat{x}^3 + \dots \\ &= f(\bar{X}) + p(\hat{x}), \end{aligned} \tag{B.1.3}$$

où p est un polynôme représentant la série de Taylor.

La moyenne de Y peut s'écrire :

$$\begin{aligned}\bar{F} &= E[f(\bar{X} + \hat{x})] = E[f(\bar{X})] + E[p(\hat{x})] \\ &= f(\bar{X}) + \bar{P}\end{aligned}\tag{B.1.4}$$

\bar{P} représente la moyenne du polynôme de Taylor. La variance s'exprime par :

$$\begin{aligned}\sigma_f^2 &= E[f(\bar{X} + \hat{x}) - \bar{F}]^2 \\ &= E[p(\hat{x})^2] - \bar{P}^2\end{aligned}\tag{B.1.5}$$

La représentation de Taylor est aussi utilisable pour les « sigma points » car ceux-ci suivent la distribution de probabilité de \hat{x} . On a donc :

$$f(\bar{X} + s_i) = f(\bar{X}) + p(s_i)\tag{B.1.6}$$

Les « sigma points » et les poids sont choisis de telle sorte qu'on puisse écrire :

$$\begin{aligned}\bar{F} &= E[f(\bar{X} + \hat{x})] \\ &= \omega_0 f(\bar{X}) + \sum_{i=1}^{n+1} \omega_i f(\bar{X} + s_i),\end{aligned}\tag{B.1.7}$$

et :

$$\begin{aligned}\sigma_f^2 &= E[(f(\bar{X} + \hat{x}) - \bar{F})^2] \\ &= \omega_0 (f(\bar{X}) - \bar{F})^2 + \sum_{i=1}^{n+1} \omega_i (f(\bar{X} + s_i) - \bar{F})^2\end{aligned}\tag{B.1.8}$$

Cela conduit au système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}\omega_0 &= 1 - \sum_i \omega_i \\ \sum_i \omega_i s_i^k &= E[\hat{x}^k]\end{aligned}\tag{B.1.9}$$

L'ordre d'approximation k dépend du degré de troncature du polynôme de Taylor. Ce dernier définit donc le nombre de « sigma points » et de poids à utiliser.

Les poids et les « sigma points » solutions de ce système peuvent être calculés à l'aide d'une quadrature de Gauss (dont le polynôme d'interpolation est lié à la distribution de probabilité de \hat{x}). Le tableau B.1 montre les « sigma points » et les poids pour une loi uniforme et une loi normale et pour différentes précision.

Tableau B.1 – Sigma points et poids pour une loi uniforme sur $[-1,1]$ et une loi normale $\mathcal{N}(0,1)$

Ordre	Poids	« Sigma points »	Distribution de probabilité
1	0.500 0.500	-0.577 0.577	$\mathcal{U} [-1,1]$
2	0.278 0.444 0.278	-0.775 0 0.775	
4	0.119 0.239 0.284 0.239 0.119	-0.906 -0.538 0 0.538 0.906	
1	0.500 0.500	-1 1	$\mathcal{N} [0,1]$
2	0.167 0.666 0.167	-1.73 0 1.73	
4	0.011 0.222 0.534 0.222 0.011	-2.857 -1.356 0 1.356 2.857	

B.2 Plans d'expériences

Un plan d'expérience ([32, 37, 38, 39]) est comme son nom l'indique une suite ordonnée d'essais qui permettent chacun d'apporter de l'information en faisant varier à chaque fois un ou plusieurs paramètres d'entrée. L'objectif de la planification expérimentale est d'obtenir ainsi un maximum d'information en un minimum d'essais.

Les différents paramètres variables d'entrée du système seront appelés facteurs. Dans les problèmes réels, ces paramètres peuvent varier de façon continue ou discrète. Cependant, pour l'utilisation des plans d'expériences, seulement des variations discrètes seront considérées et limitées à un petit nombre de valeurs. Ces valeurs possibles seront nommées niveaux des facteurs.

L'objectif des expériences est d'identifier le modèle de comportement du système. On choisit a priori une formulation de la réponse du modèle en fonction des facteurs. Classiquement, un développement limité de la série de Taylor-Maclaurin est considéré. Les dérivées sont supposées constantes, le développement s'écrit sous la forme d'un polynôme de degré plus ou moins élevé :

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ii} x_i^2 + \dots + \sum \dots \sum a_{i\dots z} x_{i\dots z}, \quad (\text{B.2.1})$$

avec y la réponse du modèle, x_i le niveau fixé pour le facteur i et les a_0, a_i, a_{ij}, \dots les coefficients du modèle mathématique a priori.

Ce modèle ne prend pas en compte le « manque d'ajustement » (écart entre ce modèle et le modèle « exact » du système) et l'erreur de mesure (les mêmes données d'entrée peuvent conduire à des résultats différents à cause des erreurs de mesure). Ces différences sont traduites par un terme d'écart noté e . L'équation B.2.1 devient donc :

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ii} x_i^2 + \dots + \sum \dots \sum a_{i\dots z} x_{i\dots z} + e. \quad (\text{B.2.2})$$

Chaque essai permet d'obtenir une valeur de la réponse. A l'issue du plan d'expérience, un système de n équations (n essais ont été réalisés) à p inconnues

(p est le nombre de coefficients du modèle) est obtenu. Ce système peut s'écrire :

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{a} + \mathbf{e}, \quad (\text{B.2.3})$$

où \mathbf{y} est le vecteur des réponses, \mathbf{X} est la matrice du modèle, \mathbf{a} est le vecteur des coefficients et \mathbf{e} est le vecteur des écarts. Les nombres n et p respectivement d'équations et d'inconnues sont différents ($n \leq p$), on résout donc le système avec une méthode de régression basée sur le critère des moindres carrés.

Les plans d'expériences peuvent être classés en deux catégories :

- les plans complets,
- les plans réduits.

B.2.1 Plans d'expériences complets

La mise en place de ces plans complets nécessite la réalisation de toutes les combinaisons de niveaux des facteurs. Pour un problème à k facteurs comportant chacun l niveaux, on parle souvent de plans factoriels complets l^k puisqu'ils demandent l^k essais.

Il est courant d'utiliser les plans factoriels à deux niveaux car ils sont aisés à mettre en place et permettent de faire apparaître rapidement les interactions entre facteurs. Dans cette section nous considérerons uniquement des plans à deux niveaux. Le principe est, après normalisation de chaque entrée, de lui affecter soit sa valeur la plus basse (que l'on notera -1), soit sa valeur la plus haute ($+1$). La matrice des effets est alors une matrice de Hadamard. La représentation courante se fait sous la forme d'un tableau. Un exemple est présenté pour un problème à 3 facteurs (tableau B.2).

Tableau B.2 – Plan factoriel complet à 2 niveaux avec 3 facteurs

N° essai	Facteur 1	Facteur 2	Facteur 3
1	+1	+1	+1
2	+1	+1	-1
3	+1	-1	+1
4	+1	-1	-1
5	-1	+1	+1
6	-1	+1	-1
7	-1	-1	+1
8	-1	-1	-1

Le modèle de cet exemple se présente sous la forme suivante (on néglige pour le moment l'écart e) :

$$y = a_0 + a_1F_1 + a_2F_2 + a_3F_3 + a_{12}F_1F_2 + a_{13}F_1F_3 + a_{23}F_2F_3 + a_{123}F_1F_2F_3 \quad (\text{B.2.4})$$

En incluant les interactions dans le tableau précédent (B.2), on peut aboutir au système permettant de calculer les coefficients (tableau B.3).

Tableau B.3 – Plan factoriel complet à 2 niveaux avec 3 facteurs

N° essai	Moyenne	F1	F2	F3	F1F2	F1F3	F2F3	F1F2F3	Y
1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	Y_1
2	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	Y_2
3	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	Y_3
4	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	Y_4
5	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	Y_5
6	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	Y_6
7	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	Y_7
8	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	Y_8
Coeff	a_0	a_1	a_2	a_3	a_{12}	a_{13}	a_{23}	a_{123}	

On peut déduire de ce tableau le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 = \sum Y_i \\ a_1 = Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 - Y_5 - Y_6 - Y_7 - Y_8 \\ a_2 = Y_1 + Y_2 - Y_3 - Y_4 + Y_5 + Y_6 - Y_7 - Y_8 \\ a_3 = Y_1 - Y_2 + Y_3 - Y_4 + Y_5 - Y_6 + Y_7 - Y_8 \\ a_{12} = Y_1 + Y_2 - Y_3 - Y_4 - Y_5 - Y_6 + Y_7 + Y_8 \\ a_{13} = Y_1 - Y_2 + Y_3 - Y_4 - Y_5 + Y_6 - Y_7 + Y_8 \\ a_{23} = Y_1 - Y_2 - Y_3 + Y_4 + Y_5 - Y_6 - Y_7 + Y_8 \\ a_{123} = Y_1 - Y_2 - Y_3 + Y_4 - Y_5 + Y_6 + Y_7 - Y_8 \end{array} \right. \quad (\text{B.2.5})$$

La résolution de ce système donne les coefficients du système.

Les plans factoriels complets permettent de calculer tous les effets et toutes les interactions du système, cependant, la réalisation des 2^k essais est dans la pratique souvent irréalisable (car le nombre de facteurs est bien souvent supérieur à 2 ou 3). Ainsi des matrices plus économes et de précision voisines sont utilisées.

B.2.2 Plans réduits

Les plans réduits les plus courant sont les plans factoriels fractionnaires. Ils permettent d'étudier les effets de tous les facteurs avec un nombre d'essais plus faible que les plans complets. On retrouvera la structure des matrices d'Hadamard.

Un plan factoriel fractionnaire à k facteurs à 2 niveaux issu d'un plan complet 2^k sera noté 2^{k-p} avec $p \leq k$ un entier. Le nombre d'essais à réaliser par rapport au plan complet sera divisé par 2^p . Cette diminution de coût est possible car dans les plans fractionnaires on néglige les effets des interactions de plus haut niveau.

La réduction du nombre d'essais se fait au moyen de ce que l'on appelle les « alias ». Cette notion peut s'expliquer au travers d'un exemple. Soit un plan factoriel complet à 4 facteurs, 2^4 . La réponse peut s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{aligned} y = & a_0 + a_1F_1 + a_2F_2 + a_3F_3 + a_4F_4 + a_{12}F_1F_2 + a_{13}F_1F_3 + a_{14}F_1F_4 \\ & + a_{23}F_2F_3 + a_{24}F_2F_4 + a_{34}F_3F_4 + a_{123}F_1F_2F_3 + a_{124}F_1F_2F_4 \\ & + a_{134}F_1F_3F_4 + a_{234}F_2F_3F_4 + a_{1234}F_1F_2F_3F_4 \end{aligned} \quad (\text{B.2.6})$$

On souhaite obtenir un plan fractionnaire 2^{4-1} et ainsi passer de 16 à 8 essais nécessaires. La matrice des effets doit comporter autant de lignes que de colonnes, en passant de 16 à 8 essais on doit donc aussi pouvoir faire apparaître les (16-8) derniers coefficients dans les 8 premières colonnes. Pour cela utilise le fait que les niveaux sont soit +1 soit -1 et on va « aliaser » F_4 avec $F_1F_2F_3$, c'est à dire que pour les 8 essais, la valeur de F_4 sera la même que les interactions entre F_1 , F_2 et F_3 . On écrira :

$$F_4 = F_1F_2F_3. \quad (\text{B.2.7})$$

De plus on se sert du fait que la multiplication d'une variable par elle même est égale à +1. On peut alors écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_1F_4 = F_2F_3, \\ F_2F_4 = F_1F_3, \\ F_3F_4 = F_1F_2, \\ F_1F_2F_4 = F_3, \\ F_1F_3F_4 = F_2, \\ F_2F_3F_4 = F_1 \\ F_1F_2F_3F_4 = 1 \end{array} \right. \quad (\text{B.2.8})$$

Le modèle est alors celui d'un plan factoriel 2^3 est peut être formulé :

$$\begin{aligned} y = & (a_0 + a_{1234}) + (a_1 + a_{234})F_1 + (a_2 + a_{134})F_2 + (a_3 + a_{124})F_3 + (a_{12} + a_{34})F_1F_2 \\ & + (a_{13} + a_{24})F_1F_3 + (a_{23} + a_{14})F_2F_3 + (a_{123} + a_4)F_1F_2F_3 \end{aligned} \quad (\text{B.2.9})$$

On peut alors définir des « contrastes » h_i tels que :

$$\left\{ \begin{array}{l} h_1 = a_0 + a_{1234}, \\ h_2 = a_1 + a_{234}, \\ h_3 = a_2 + a_{134}, \\ h_4 = a_3 + a_{124}, \\ h_5 = a_{12} + a_{34}, \\ h_6 = a_{13} + a_{24}, \\ h_7 = a_{23} + a_{14}, \\ h_8 = a_{123} + a_4 \end{array} \right. \quad (\text{B.2.10})$$

Pour calculer les effets et interactions à partir de l'obtention des contrastes après résolution du système on utilise des hypothèse qui se vérifient dans la plupart des cas. Celles-ci s'énoncent de la façon suivante :

- **Hypothèse 1** : Les interactions d'ordre supérieur ou égal à 3 peuvent être négligées.
- **Hypothèse 2** : Si un contraste est négligeable, tous les termes qui le constituent sont négligeable (compensation très peu probable).
- **Hypothèse 3** : Si deux effets de facteurs sont négligeables, leur interaction l'est aussi.
- **Hypothèse 4** : Une interaction comportant deux facteurs dont l'un est négligeable, sera généralement aussi négligeable.

En utilisant ces hypothèses, le système précédent devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} h_1 = a_0, \\ h_2 = a_1, \\ h_3 = a_2, \\ h_4 = a_3, \\ h_5 = a_{12} + a_{34}, \\ h_6 = a_{13} + a_{24}, \\ h_7 = a_{23} + a_{14}, \\ h_8 = a_4 \end{array} \right. \quad (\text{B.2.11})$$

Les effets se déterminent donc aisément. Ensuite pour les interactions des variables deux à deux, il faut compter sur les résultats des calculs des contrastes h_5 , h_6 et h_7 pour espérer pouvoir les connaître.

La règle générale pour choisir l'alias est de relier les facteurs supplémentaires avec les interactions d'ordre le plus élevé.

Enfin, on définit la « résolution » d'un plan factoriel fractionnaire en fonction du choix de l'alias :

- **Plan de résolution III** : L'effet d'un facteur est aliasé avec une interaction dont l'ordre le moins élevé est 2.
- **Plan de résolution IV** : L'effet d'un facteur est aliasé avec une interaction dont l'ordre le moins élevé est 3.
- **Plan de résolution V** : L'effet d'un facteur est aliasé avec une interaction dont l'ordre le moins élevé est 4.

Dans la pratique les plans de résolution IV constituent un bon compromis entre gain de temps et précision des résultats.

B.2.3 Autres types de plans

Dans la littérature ([32, 37, 38, 39]) on peut trouver d'autres types de plans. Je ne les détaille pas ici.

Plans réduits

- Plans de Koshal
- Plans de Rechtschaffner
- Plans de Plackett et Burmann
- Tables de Taguchi
- Plans sursaturés

Plans complets

- Carrés latins
- Carrés gréco-latins
- Carrés de Youden
- Plans à niveaux mixtes
- Plans pour surfaces de réponses
- Plans de mélanges
- Plans booléens

B.3 Krigeage

Le krigeage est une méthode d'estimation linéaire garantissant une variance d'estimation minimale. Le terme « krigeage » provient du nom de l'ingénieur minier Sud-Africain Danie G. Krige qui fut le précurseur de cette technique. On le doit au Français Georges Matheron de l'École des Mines de Paris. Le krigeage réalise une interpolation spatiale d'une variable régionalisée en tenant compte de la structure de dépendance spatiale des données.

L'objectif du krigeage est donc d'estimer la valeur de cette variable en un point (aussi appelé site) du domaine s_0 à partir d'une combinaison linéaire des valeurs des autres points du domaine. Ceci peut s'écrire :

$$\hat{z}(s_0) = \sum_{i \in V(s_0)} \lambda_i z(s_i) \quad (\text{B.3.1})$$

Les λ_i sont des poids, choisis de telle sorte que la variance d'estimation soit minimale et la prévision non biaisée.

La forme du modèle de base du krigeage est similaire à celle des modèles de regression classique. On peut écrire :

$$Z(s) = \mu(s) + \delta(s), \quad (\text{B.3.2})$$

avec μ représentant la structure déterministe de l'espérance de Z , δ est un processus gaussien stationnaire d'espérance nulle et de structure de dépendance connue. Afin de pouvoir expliciter le modèle il est nécessaire de spécifier :

- La forme de μ .
C'est cette forme qui va définir le type de krigeage utilisé. On distingue trois familles de krigeage :
 - Le krigeage simple : $\mu(s) = m$ est une constante connue,
 - Le krigeage ordinaire : $\mu(s) = \mu$ est une constante inconnue,
 - Le krigeage universel : $\mu(s) = \sum_{j=0}^p f_j(s)\beta_j$ est une combinaison linéaire de fonctions de la position s .
- La forme de δ .
C'est ce qu'on appelle l'analyse variographique. Elle va permettre de décrire la structure de dépendance spatiale à l'aide de ce qu'on appelle un variogramme :

$$\gamma(x, y) = \frac{1}{2} E[(Z(x) - Z(y))^2] \quad (\text{B.3.3})$$

Un fois le modèle défini, on va s'attacher à déterminer les coefficients λ_i de l'équation B.3.1. Pour cela on doit respecter une contrainte de non-biais ($E[\hat{Z}(s_0) - Z(s_0)] = 0$). De plus la variance d'estimation $var(\hat{Z}(s_0) - Z(s_0))$ doit être minimale.

Pour le krigeage ordinaire, on peut montrer que les λ_i sont solution du système linéaire suivant :

$$\begin{pmatrix} \gamma(s_1, s_1) & \cdots & \gamma(s_1, s_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(s_n, s_1) & \cdots & \gamma(s_n, s_n) & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(s_1, s_0) \\ \vdots \\ \gamma(s_n, s_0) \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.3.4})$$

Une variable λ a été rajoutée pour imposer la contrainte de non-biais. La moyenne et la variance au point s_0 peuvent alors s'exprimer avec les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} E[\hat{Z}(s_0)] &= \sum_{i=1}^n \lambda_i z(s_i) \\ \text{var}(\hat{Z}(s_0)) &= \sum_{i=1}^n \lambda_i z(s_i)^2 - (E[\hat{Z}(s_0)])^2 \end{aligned} \quad (\text{B.3.5})$$

Annexe C

Codes Visual Basic d'automatisation de CST MWS

Face au nombre important de simulations à effectuer avec le logiciel CST-MWS pour les cas de RT en CRBM, une création « à la main » de chacun des cas n'était pas envisageable. Cependant, grâce à la possibilité de contrôler les différentes commandes du logiciel par l'intermédiaire d'instructions Visual Basic, une automatisation a pu être effectuée. Les paragraphes suivants présentent les codes qui ont été utilisés. Les codes étant très peu différents entre les méthodes utilisées, seuls ceux pour la méthode de Monte Carlo sont présentés (numérotation des cas plus visuelle).

C.1 Codes de création des cas

Au préalable un fichier texte (« Dec.txt ») est construit avec Matlab et contient toutes les variations à appliquer pour chacune des VA (par rapport à leur valeur moyenne). Par exemple, la génération aléatoire des valeurs pour Monte Carlo se fait avec Matlab, ensuite ces valeurs sont stockées dans le fichier texte puis le script Visual Basic a seulement à lire ces valeurs dans le fichier.

Le script Matlab crée également des fichiers de géométries (fichiers « .nas ») pour représenter les variations géométriques affectant le cas.

C.1.1 Code de création

```
Sub CreationCST()  
    'Initialisation des variables  
    Dim PosX0P1 As Double  
    Dim PosY1P1 As Double  
    Dim PosY2P1 As Double
```

```

Dim PosZ0P1 As Double
Dim DecXP1 As Double
Dim DecZP1 As Double
Dim Ligne As String
Dim TabValMoy() As String
Dim TabDec() As String
Dim LigneDecalages(10000) As String
'Recupération des noms des fichiers et des dossiers
Dossier0 = Feuil1.Cells(1, 1).Value
Dossier = Feuil1.Cells(2, 1).Value
NamePart1 = Feuil1.Cells(3, 1).Value
NamePart4 = Feuil1.Cells(4, 1).Value
Namepart3 = ".cst"
'Recupération du cas sans aléa que l'on va modifier à chaque fois
NomCas0 = Feuil1.Cells(5, 1).Value
'Recupération des données du fichier contenant les variations à appliquer
FichDec = Dossier0 & "Dec.txt"
'Recupération des du nombre de simulations à effectuer (NbVA*NbRepet, même structure c
NbVA = Feuil1.Cells(9, 1).Value
NbRepet = Feuil1.Cells(11, 1).Value
Set ofso = CreateObject("Scripting.FileSystemObject")
Const ForReading = 1
Set otxt = ofso.OpenTextFile(FichDec, ForReading, TristateFalse)
'Boucle de récupération des variations à appliquer (structure un peu spéciale du fichier Dec
With otxt
For s = 1 To 6
    .skipline
Next
LigneValMoy = .readline
For s = 1 To 2
    .skipline
Next
For l = 1 To 99
    LigneDecalages(l) = .readline
Next
.skipline
For r = 1 To 4 'attention, doit être égal à 0.1*NbMC -1
    For l = 1 To NbVA
        LigneDecalages((r - 1) * NbVA + l + 99) = .readline
    Next
    .skipline
Next
LigneDecalages(500) = .readline 'attention, doit être le dernier cas
End With
TabValMoy = Split(LigneValMoy, " ")

```

```

PosX0P1 = Val(TabValMoy(0))
PosZ0P1 = Val(TabValMoy(1))
PosY1P1 = Feuil1.Cells(13, 1).Value
PosY2P1 = Feuil1.Cells(14, 1).Value
For n = 1 To 500 'boucle de création des cas
    'Récupération du nom de chaque cas pour la sauvegarde du projet
    Dim Fich1 As Integer
    Fich1 = n
    Namepart2 = Feuil1.Cells(1 + n, 2).Value
    Namepart2bis = Feuil1.Cells(1 + n + 500, 2).Value
    NomCas = Dossier0 & Dossier & NamePart1 & Namepart2bis & Namepart3
    'Affichage dans la feuille Excel pour vérification
    Feuil1.Cells(6, 1).Value = NomCas
    'Nom du fichier dans lequel sont stockées les géométries à importer (fichier .nas)
    NomNas = Dossier0 & "Geometries" & NamePart4 & Namepart2 & ".nas"
    'Ouverture de CST-MWS
    Dim Studio As Object
    Set Studio = CreateObject("CSTStudio.Application")
    Dim Projet As Object
    'Ouverture du cas sans aléa
    Set Projet = Studio.OpenFile(NomCas0)
    Projet.SaveAs NomCas, False 'Sauvegarde du projet sous le bon nom
    'import de la géométrie du cas sans aléa
    With Projet.NASTRAN
        .Reset
        .Filename (NomNas)
        .read
    End With
    'Suppression des géométries initiales (pour remplacement des nouvelles avec variations)
    Projet.SelectTreeItem ("Components\default\shape1")
    With Projet.Solid
        .Delete "default :shape1"
        .Delete "default :import_2"
        .Delete "default :import_3"
        .Delete "default :import_4"
        .ChangeMaterial "default :import_1", "PEC"
    End With
    Ligne = LigneDecalages(n)
    TabDec = Split(Ligne, " ")
    PosX1P1 = PosX0P1 + Val(TabDec(0))
    PosX2P1 = PosX1P1
    PosZ1P1 = PosZ0P1 + Val(TabDec(1))
    PosZ2P1 = PosZ1P1
    'Remplacement du fil source (sans aléa) par un fil source avec variation

```

```

With Projet.Port
    .Delete (1)
End With
With Projet.DiscretePort
    .Reset
    .PortNumber 3
    .Type "SParameter"
    .Impedance 50
    .SetP1 False, PosX1P1, PosY1P1, PosZ1P1
    .SetP2 False, PosX2P1, PosY2P1, PosZ2P1
    .InvertDirection False
    .LocalCoordinates False
    .Monitor False
    .Radius 0.002
    .Create
End With
'Sauvegarde du projet
Projet.SaveAs NomCas, False
Projet.Quit
Next
'Quitter CST à la fin du processus de création
Set Studio = Nothing

```

End Sub

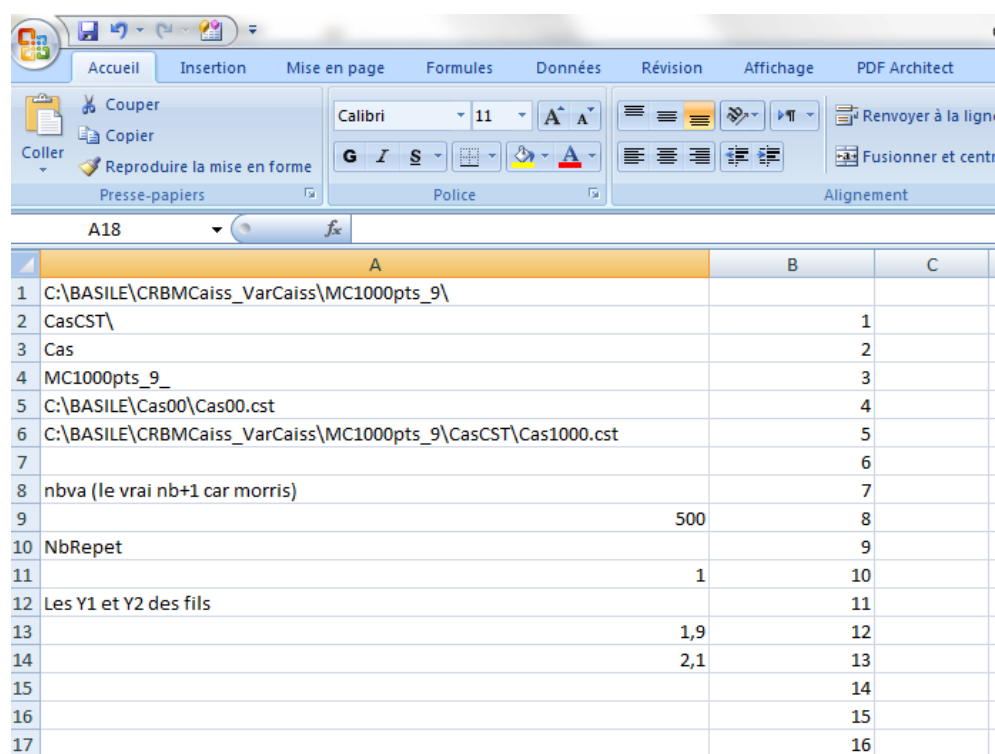
C.1.2 Fichier Excel associé

Les données nécessaires au fonctionnement du script de création des cas sont présentes dans le tableur Excel associé au code (figure C.1).

C.2 Codes de récupération des résultats

De même que pour la création des cas, l'export de tous les résultats « à la main » n'est pas possible et une automatisation à l'aide de codes Visual Basic a été réalisée.

Le code VB va, pour chacun des cas, ouvrir le projet CST-MWS ® correspondant, utiliser la fonction d'export puis fermer le projet. A la fin du processus d'export, le code ferme CST-MWS ®.



	A	B	C
1	C:\BASILE\CRBMCaiss_VarCaiss\MC1000pts_9\		
2	CasCST\	1	
3	Cas	2	
4	MC1000pts_9_	3	
5	C:\BASILE\Cas00\Cas00.cst	4	
6	C:\BASILE\CRBMCaiss_VarCaiss\MC1000pts_9\CasCST\Cas1000.cst	5	
7		6	
8	nbva (le vrai nb+1 car morris)	7	
9	500	8	
10	NbRepet	9	
11	1	10	
12	Les Y1 et Y2 des fils	11	
13	1,9	12	
14	2,1	13	
15		14	
16		15	
17		16	

Figure C.1 – Visualisation du fichier Excel associé à la création des cas

C.2.1 Code d'export

```

Sub ExportCST()
    'Nom des fichiers
    Dim Ligne As String
    Dossier = Feuil1.Cells(2, 1).Value
    NamePart1 = Feuil1.Cells(3, 1).Value
    Namepart3 = ".cst"
    'Boucle de récupération des résultats
    For n = 1 To 500
        Dim Fich1 As Integer
        Fich1 = n
        Namepart2 = Feuil1.Cells(1 + n, 2).Value
        'Récupération du nom de chaque cas
        NomCas = Dossier & NamePart1 & Namepart2 & Namepart3
        'Affichage dans la feuille Excel pour vérification
        Feuil1.Cells(6, 1).Value = NomCas
        'Ouverture du cas
        Dim Studio As Object
        Set Studio = CreateObject("CSTStudio.Application")
    
```

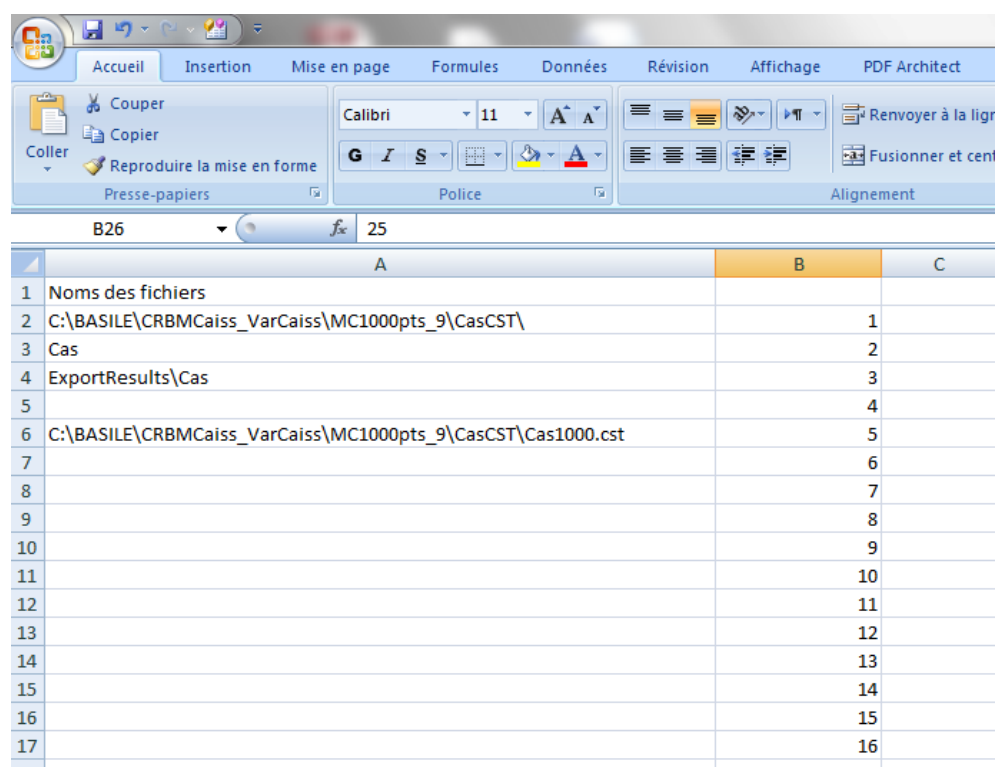


```
Dim Projet As Object
Set Projet = Studio.OpenFile(NomCas)
'Recherche des résultats
NomfichTxt = Feuil1.Cells(4, 1).Value
ChemFichTxt = Dossier & NomfichTxt & Namepart2 & ".txt"
Projet.SelectTreeItem ("1D Results\Port signals\o1,2")
'Export des résultats
With Projet.ASCIExport
    .Reset
    .Filename (ChemFichTxt)
    .Mode ("FixedNumber")
    .Execute
End With
'Fermeture du projet CST
Projet.Quit
Next
'Quitter CST à la fin du processus
Set Studio = Nothing

End Sub
```

C.2.2 Fichier Excel associé

Les données nécessaires au fonctionnement du script d'extraction sont présentes dans le tableur excel associé au code (figure C.2).



The screenshot shows the Microsoft Excel 2010 ribbon with the 'Formules' (Formulas) tab selected. The ribbon includes options for 'Accueil', 'Insertion', 'Mise en page', 'Formules', 'Données', 'Révision', 'Affichage', and 'PDF Architect'. The 'Formules' ribbon shows the 'Calibri' font, size '11', and various alignment and calculation options. The worksheet is named 'B26' and the active cell is '25'. The table below is displayed in the worksheet.

	A	B	C
1	Noms des fichiers		
2	C:\BASILE\CRBMCaiss_VarCaiss\MC1000pts_9\CasCST\		1
3	Cas		2
4	ExportResults\Cas		3
5			4
6	C:\BASILE\CRBMCaiss_VarCaiss\MC1000pts_9\CasCST\Cas1000.cst		5
7			6
8			7
9			8
10			9
11			10
12			11
13			12
14			13
15			14
16			15
17			16

Figure C.2 – Visualisation du fichier Excel associé à l'export des résultats

Bibliographie

- [1] H. C. Song, W. A. Kuperman, W. S. Hodgkiss, T. Akal, and C. Ferla. Iterative time reversal in the ocean. *Acoustical Society of America*, 105 :1597–1604, 1999. [7](#)
- [2] C. Prada, J. de Rosny, D. Clorennec, J.-G. Minonzio, A. Aubry, M. Fink, L. Berniere, P. Billand, S. Hibrat, and T. Folegot. Experimental detection and focusing in shallow water by decomposition of the time reversal operator. *Journal of Acoustical Society of America*, 122 :761–768, 2007. [V](#), [7](#)
- [3] A. Prasadka, S. Feat, P. Petitjeans, V. Pagneux, A. Maurel, and M. Fink. Time reversal of water waves. *Physical Review Letters*, 109(6), 2012. [V](#), [7](#), [8](#)
- [4] N. Quieffin. *Etude du rayonnement acoustique de structures solides : vers un nouveau système d'imagerie haute résolution*. PhD thesis, Université Paris VI, 2004. [7](#)
- [5] D. Liu, G. Kang, L. Li, Y. Chen, s. Vasudevan, W. Joines, Q. H. Liu, J. Krolik, and L. Carin. Electromagnetic time-reversal imaging of a target in a cluttered environment. *IEEE transactions on antennas and propagation*, 53(9), 2005. [7](#)
- [6] F-D. Philippe. *Caractérisation et détection de cibles en guide d'onde non stationnaire par décomposition de l'opérateur de retournement temporel*. PhD thesis, Université Paris VI, 2008. [7](#)
- [7] I. El Baba, S. Lalléchère, and P. Bonnet. *Time Reversal for Electromagnetism : Applications in Electromagnetic Compatibility, Trends in Electromagnetism - From Fundamentals to Applications*. Intech Open Access Publisher, 2012. [7](#), [10](#)
- [8] S. Yon. *Contrôle du champ acoustique en milieu réverbérant et application à la communication*. PhD thesis, Université Paris VI, 2001. [7](#), [41](#)
- [9] A. Tourin, A. Derode, J. de Rosny, M. Tanter, S. Yon, and M. Fink. Digital communication with time-reversal in a multiple scattering medium.

- NATO SCIENCES SERIES : II : Mathematics, Physics and Chemistry*, 107, 2003. [7](#), [39](#), [41](#), [138](#)
- [10] C. Prada and M. Fink. Eigenmodes of the time reversal operator : a solution to selective focusing in multiple-target media. *Wave Motion*, 20 :151–163, 1994. [7](#)
 - [11] M. Davy, J. de Rosny, J.-C. Joly, and M. Fink. Focusing and amplification of electromagnetic waves by time reversal in a leaky reverberation chamber. *Comptes Rendus Physiques*, 11(1) :37–43, 2010. [IX](#), [7](#), [18](#), [19](#), [41](#), [129](#)
 - [12] D. G. Alfaro Vigo, J. P. Fouque, J. Garnier, and A. Nachbin. Robustness of time reversal for waves in time-dependant random media. *Stochastic processes and their applications*, 113 :289–313, 2004. [9](#)
 - [13] D. Liu, S. Vasudevan, J. Krolik, G. Bal, and L. Carin. Electromagnetic time-reversal source localization in changing media : Experiment and analysis. *IEEE transactions on antennas and propagation*, 55(2) :344–354, 2007. [9](#)
 - [14] M. Spirlet, V. Beauvois, C. Geuzaine, and I. Molenberg. Étude d’un procédé de mesure CEM en environnement faiblement ou partiellement réverbérant. In *Assemblée Générale du GDR Interférences d’Ondes, Dijon*, 2013. [10](#)
 - [15] G. Papanicolaou, L. Ryzhik, and K. Solna. Statistical stability in time reversal. *SIAM*, 64(4) :1133–1155, 2004. [10](#)
 - [16] N. Metropolis and S. Ulam. The Monte Carlo Method. *Journal of Acoustical Society of America*, pages 44–335, 1949. [10](#)
 - [17] P. Bonnet, C. Chauvière, and S. Lalléchère. Prise en compte de l’incertain pour les couplages électromagnétiques. *Rapport technique REI PRINCE n°07.c0044, DGA*, 2009. [10](#), [14](#), [29](#), [54](#), [63](#), [81](#), [151](#)
 - [18] P. Bonnet, C. Chauvière, S. Lalléchère, F. Paladian, and B. Pecqueux. Recherche de configurations critiques pour un problème de C.E.M. stochastique. In *CEM2010 Limoges*, 2010. [10](#), [14](#), [54](#), [63](#)
 - [19] F. Paladian, P. Bonnet, and S. Lalléchère. Modeling complex systems for EMC applications by considering uncertainties. In *XXth URSI GA 2011, Istanbul, Turkey*, 2011. [10](#), [14](#), [63](#)
 - [20] H. Moussa. *Etude théorique et expérimentale des techniques de retournement temporel : application à la caractérisation de composants et dispositifs dans une chambre réverbérante*. PhD thesis, Université Paris-sud 11, 2011. [10](#), [12](#)

- [21] M. Yavuz and F. Teixeira. Full time-domain dort for ultrawideband electromagnetic fields in dispersive, random inhomogeneous media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagations*, 54(8) :2305–2315, 2006. [10](#), [12](#)
- [22] I. El Baba. *Contributions numériques en compatibilité électromagnétique impulsionnelle. Paradigme pour la caractérisation temporelle d'équipements*. PhD thesis, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2012. [V](#), [VI](#), [10](#), [12](#), [13](#), [39](#), [40](#), [41](#), [81](#)
- [23] Radio frequency susceptibility (radiated and conducted). RTCA/DO-160D environmental conditions and test procedures for airborne equipment, Draft 8, Section 20, 2000. [10](#)
- [24] Reverberation chamber test methods. IEC draft 61000-4-21 electromagnetic compatibility (EMC) Part 4 : testing and measurement techniques, Section 21, 2000. [10](#)
- [25] Directive 89/336/cee. Guide d'application de la Directive 89/336/CEE du Conseil du 3 mai 1989 concernant le rapprochement des législations des États membres relatives à la compatibilité électromagnétique. [10](#)
- [26] C. Gangnant. *Contribution à l'étude de la cartographie et la statistique du champ électromagnétique dans une Chambre Réverbérante à Brassage de Modes par une méthode hybride FDFD/développement modal*. PhD thesis, Université de Limoges, 2008. [11](#)
- [27] J. de Rosny. *Milieux réverbérants et réversibilité*. PhD thesis, Université Paris VI - Pierre et Marie CURIE, 2000. [12](#)
- [28] G. Lerosey. *Retournement temporel d'ondes électromagnétiques et application à la télécommunication en milieux complexes*. PhD thesis, Université Paris VII - Denis Diderot, 2006. [12](#)
- [29] J. Benoit. *Identification de sources temporelles pour les simulations numériques des équations de Maxwell*. PhD thesis, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2012. [14](#), [169](#)
- [30] L. El Sahmarany, L. Berry, K. Kerroum, F. Auzanneau, and P. Bonnet. Time reversal for wiring diagnosis. *Electronics Letters*, 48(21) :1343–1344, 2012. [14](#)
- [31] C. Chauvière, J. S. Hesthaven, and L. Lurati. Computational modeling of uncertainty in time-domain electromagnetic. *SIAM Journal of Scientific Computing*, 28 :751–775, 2006. [14](#), [54](#), [63](#)

- [32] D. Voyer, F. Musy, L. Nicolas, and R. Perrussel. Impact of uncertainties in 2D hyperthermia using stochastic spectral and collocation methods. *Progress in Electromagnetics Research*, 11 :189–204, 2009. [14](#), [20](#), [51](#), [65](#), [vii](#), [xii](#)
- [33] D. Voyer, F. Musy, L. Nicolas, and R. Perrussel. Probabilistic methods applied to 2D electromagnetic numerical dosimetry. *The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, 27(3) :651–667, 2008. [14](#), [20](#)
- [34] S.J. Julier and J.K. Uhlmann. Unscented filtering and nonlinear estimation. In *Proceedings of the IEEE*, pages 401–402, 2004. [14](#), [54](#), [v](#)
- [35] L. de Menezes, A. Ajayi, C. Christopoulos, P. Sewell, and G.A. Borges. Efficient computation of stochastic electromagnetic problems using unscented transforms. *IET Science Measurement and Technology*, 2(2) :88–95, 2008. [14](#), [54](#), [v](#)
- [36] L. De Menezes, D. Thomas, and C. Christopoulos. Accounting for uncertainty in emc studies. In *Int. Symp. on EMC, Kyoto, Japan*, 2009. [14](#), [54](#), [v](#)
- [37] J-J. Droesbecke, J. Fine, and G. Saporta. *Plans d'expériences (Application à l'entreprise)*. Tecnip, Paris, 1998. [14](#), [51](#), [65](#), [vii](#), [xii](#)
- [38] I. Tarhini, C. Guiffaut, A. Reineix, S. Karam, B. Pecqueux, and J.-C. Joly. Etude paramétrique de la susceptibilité des cartes électroniques par les plans d'expériences numériques. In *International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Paris*, 2008. [14](#), [51](#), [65](#), [vii](#), [xii](#)
- [39] J. Goupy. Les plans d'expériences. *Revue MODULAD*, 34, 2006. [14](#), [51](#), [65](#), [vii](#), [xii](#)
- [40] P.S. Sumant, W. Hong, A. C. Cangellaris, and N. R. Aluru. A sparse grid based collocation method for model order reduction of finite element approximations of passive electromagnetic devices under uncertainty. In *Microwave Symposium Digest (MTT)*, 23-28 Mai 2010. [14](#), [54](#), [62](#)
- [41] S. Mostarshedi, B. Sudret, E. Richalot, J. Wiart, and O. Picon. Multivariate uncertainty analysis of scattered electric field from building facades in urban environment. In *Advanced Electromagnetics Symposium 2012, Paris*, 2012. [14](#), [54](#), [62](#)
- [42] A. El Habachi. *Propagation de la variabilité de la morphologie humaine sur le Débit d'Absorption Spécifique en dosimétrie numérique*. PhD thesis, Supélec, Paris, 2011. [14](#), [54](#), [62](#)

- [43] D. G. Krige. A statistical approach to some basic valuations problems on the witwatersrand. *Journal of the Chemical, Metallurgical and Mining Society of South Africa*, 52(6) :119–139, 1951. 14, 54, 62, 73
- [44] O. Aiouaz, D. Lautru, J. Wong, M.F. and Wiart, and V. Fouad-Hanna. Méthode de collocation stochastique multidimensionnelle par calcul fdtd pour evaluer la variabilite du das. In *CEM2010 Limoges*, 2010. 14
- [45] A. Drissaoui, F. Musy, R. Perrussel, and D. Voyer. Prise en compte de l’incertitude. applications à la dosimétrie électromagnétique numérique. In *Assemblée Générale du GDR Interférences d’Ondes, CNAM Paris*, 2009. 14
- [46] D. Freida, S. Lecourt, A. Cras, V. Vanneaux, G. Letort, X. Gidrol, L. Guyon, J. Larghero, and M. Thery. Human bone marrow mesenchymal stem cells regulate biased dna segregation in response to cell adhesion asymmetry. *Cell Reports*, 2013. V, 16
- [47] N. Biziere, C. Gatel, R. Lassalle-Ballier, M-C. Clochard, J-E. Wegrowe, and E. Snoeck. Imaging the fine structure of a magnetic domain wall in a ni nanocylinder. *Nanoletters*, 13(5), 2013. V, 16
- [48] C. Gervaise, A. Quinquis, and N. Martins. Time-frequency approach to the study of underwater acoustic channel estimation and source reconstruction. In *Second international Symposium 'Physics in Signal and Image Processing'*, pages 300–305, 2001. 17
- [49] L. Bellomo, S. Pioch, M. Saillard, and E. Spano. Time reversal experiments in the microwave range : Description of the radar and results. *PIER*, 104 :427–448, 2010. 18
- [50] P. Meton, F. Monsef, A. Cozza, M. Lambert, and J.-C. Joly. Analysis of wavefront generation in a reverberation chamber for antenna measurements. In *Proceedings of the 7th European Conference on Antennas and Propagation*, 2013. 19
- [51] <http://www.satimo.com/>. V, 19
- [52] N. Maaref, P. Millot, X. Ferrières, C. Pichot, and O. Picon. Electromagnetic imaging method based on time reversal processing applied to through-the-wall target localization. *Progress In Electromagnetics Research M*, 1 :59–67, 2008. 19
- [53] A. Silve, B. Al-Sakere, T. Ivorra, and L. M. Mir. Comparison of the effects of the repetition frequency between micropulses and nanopulses by means of bioimpedance of biological tissues. In *International Bioelectrics Symposium*, 2011. 20, 41

- [54] A. Taflove and S. C. Hagness. *Computational Electrodynamics : The Finite-Difference Time-Domain Method*. Artech House, Norwood, MA, 2005. 22
- [55] P. Bonnet. *Résolution des équations de Maxwell instationnaires et harmoniques par une technique de volumes finis. Applications à des problèmes de compatibilité électromagnétique*. PhD thesis, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand II, 1998. 22
- [56] J.S. Hesthaven and T. Warburton. *Nodal Discontinuous Galerkin Methods*. Springer, 2008. 22
- [57] K.S. Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 14 :302–307, 1966. 23, 85
- [58] F. Denanot. *Techniques de sous-maillage dans la méthode FDTD, apports de l'approche variationnelle*. PhD thesis, Université de Limoges, 2006. 25, 85
- [59] S. Dey and R. Mittra. A modified locally conformal finite difference time-domain algorithm for modeling three-dimensional perfectly conducting targets. *Microwave and Optical Technology Letters*, 17(6) :349–352, 1998. 25
- [60] D. Baumann. *A 3-D numerical field solver based on the finite-volume time-domain method*. PhD thesis, ETH, 2006. 25
- [61] G. Mur. Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time domain electromagnetic-field equations. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, EMC-23(4) :337–382, 1981. 26
- [62] J. P. Bérenger. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of Computational Physics*, 114 :185–200, 1994. 26
- [63] [http ://www.cst.com/Content/Products/MWS/Overview.aspx](http://www.cst.com/Content/Products/MWS/Overview.aspx). 28
- [64] M. Fink. Time reversal of ultrasonic fields-part I : Basic principles. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 39(5) :555–566, Sept. 1992. 35
- [65] G. Lerosey, J. de Rosny, A. Tourin, G. Montaldo, and M. Fink. Time reversal of electromagnetic waves. *Physical Review Letters*, 92(19), 2004. 35

- [66] A. Cozza. Increasing peak-field generation efficiency of reverberation chamber. *Electronics Letters*, 46(1), Jan. 2010. [35](#), [43](#)
- [67] J. de Rosny and M. Fink. Overcoming the diffraction limit in wave physics using a time-reversal mirror and a novel acoustic sink. *Physical Review Letters*, 89(12), 2002. [VI](#), [38](#), [39](#)
- [68] A. Tourin, F. Van Der Biest, and M. Fink. Time reversal of ultrasound through a phononic crystal. *Physical Review Letters*, 96, 2006. [39](#)
- [69] J. de Rosny and M. Fink. Overcoming the diffraction limit in wave physics using a time-reversal mirror and a novel acoustic sink. *Physical Review Letters*, 89(12), 2002. [40](#)
- [70] M. Benhamouche. *Retournement temporel électromagnétique : cartographies d'énergie et localisation, du modèle numérique à l'expérimentation contrôlée*. PhD thesis, Université Paris XI, 2012. [42](#)
- [71] Y. Ziadé, M. Wong, and J. Wiart. Reverberation chamber and indoor measurements for time reversal application. In *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, 2008. [43](#)
- [72] E. de Rocquigny. Quantifying uncertainty in an industrial approach : an emerging consensus in an old epistemological debate. *S.A.P.I.E.N.S [Online]*, 2(1), 2009. [43](#)
- [73] J.F. Delmas. *Introduction aux probabilités et à la statistique , Exercices et problèmes corrigés*. Les presses de l'ENSTA, 2012. [I](#), [33](#), [45](#)
- [74] E. de Rocquigny. La maîtrise des incertitudes dans un contexte industriel - 1ère partie : une approche méthodologique globale basée sur des exemples. *Journal de la Société Française de Statistique*, 147(3) :33–71, 2006. [48](#)
- [75] D. Dubois and H Prade. *Possibility theory : an approach to computerized processing of uncertainty*. New York, Plenum Press, 1998. [49](#)
- [76] J. C. Helton and W. L. Oberkampf. Alternative representations of epistemic uncertainty. *Special Issue of Reliability Engineering and System Safety*, 85(1-3), 2004. [49](#)
- [77] J-J. Driesbecke. *Éléments de statistique*. Ellipses, Paris, 2001. [50](#)
- [78] A. Hall. *Generalized Method of Moments*. Oxford University Press, Oxford, UK, 2005. [50](#)
- [79] J. Aldrich. R.A. fisher and the making of maximum likelihood 1912-1922. *Statistical Science*, 12(3) :162–176, 1997. [50](#)

- [80] B. Iooss. Revue sur l'analyse de sensibilité globale de modèles numériques. *Journal de la Société Française de Statistiques*, 152(1) :3–25, 2011. [50](#), [66](#)
- [81] E. Parzen. On estimation of a probability density function and mode. *The Annals of Mathematical Statistics*, 33 :1065–1076, 1962. [50](#)
- [82] P. L'Ecuyer. Efficiency improvement via variance reduction. In *1994 Winter Simulation Conference*, 122-132. *IEEE Press*, 1994. [53](#)
- [83] H. Niederreiter. Low-discrepancy and low-dispersion sequences. *Journal of Number Theory*, 30 :51–70, 1988. [53](#)
- [84] H. Bagci, A.C. Yücel, J.S. Hesthaven, and E. Michielssen. A fast stroud-based collocation method for statistically characterizing emi/emc phenomena on complex platforms. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 2009. [54](#)
- [85] A. H. Stroud. Remarks on the disposition of points in numerical integration formulas. *Mathematical Tables and Other Aids to Computation*, 11(60) :257–261, Oct. 1957. [54](#)
- [86] I. Lee, K. K. Choi, L. Du, and D. Gorsich. Dimension reduction method for reliability-based robust design optimization. *Computers and Structures*, 86 :1550–1562, 2008. [64](#)
- [87] M. Ferber, C. Vollaire, L. Krahenbuhl, and J. Vasconcelos. Adaptive unscented transform for uncertainty quantification in emc large-scale systems. In *XIIIth International Workshop on Optimization and Inverse Problems in Electromagnetism, Ghent, Belgium*, 2012. [64](#)
- [88] J. Kleijnen and R. G. Sargent. A methodology for fitting and validating metamodels in simulation. *European Journal of Operational Research*, 120 :14–29, 2000. [65](#)
- [89] I. M. Sobol. Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models. *Matematicheskoe Modelirovanie*, 2 :112–118, 1990. en Russe. [65](#), [68](#), [70](#)
- [90] M. D. Morris. Factorial sampling plans for preliminary computational experiments. *Technometrics*, 33 :161–174, 1991. [67](#), [103](#)
- [91] T. Homma and A. Saltelli. Importance measures in global sensitivity analysis of model output. *Reliability Engineering and System Safety*, 52 :1–17, 1996. [70](#), [72](#)
- [92] A. Saltelli. Making best use of model evaluations for compute sensitivity indices. *Computer Physics Communications*, 145 :280–297, 2002. [72](#), [73](#)

- [93] I. M. Sobol, S. Tarantola, D. Gatelli, S. S. Kucherenko, and W. Mauntz. Estimating the approximation error when fixing unessential factors in global sensitivity analysis. *Reliability Engineering and Safety*, 92(7) :957–960, 2007. [72](#)
- [94] M. J. W. Jansen. Analysis of variance designs for model output. *Computer Physics Communications*, 117 :35–43, 1999. [72](#), [106](#)
- [95] A. Saltelli, P. Annoni, I. Azzini, F. Campolongo, M. Ratto, and S. Tarantola. Variance based sensitivity analysis of model output. design and estimator for the total sensitivity index. *Computer Physics Communications*, 181 :259–270, 2010. [72](#)
- [96] P. McCullagh and J. A. Nelder. *Generalized Linear Models*. Chapman and Hall/CRC Monographs on Statistics and Applied Probability, 1989. [73](#)
- [97] G. Dreyfus, M. Samuelides, J.-M. Martinez, M. B. Gordon, F. Badran, S. Thiria, and L. Hérault. *Réseaux de neurones. Méthodologie et applications*. Eyrolles, 2002. [73](#)
- [98] R. R. Barton. Simulation metamodels. In *1998 Winter Simulation Conference*, 1998. [73](#)
- [99] T. Hastie and R. Tibshirani. *Generalized Additive Models*. Chapman and Hall/CRC Monographs on Statistics and Applied Probability, 1990. [73](#)
- [100] R. Yahiaoui, J.-J. Mbra, M. Jouvét, J. Andrieu, M. Lalande, and R. Chantalat. Capteur de rythme respiratoire par une technique de mesure radar cw : réalisation d’un démonstrateur. In *Journées Scientifiques 2013 URSI France*, 2013. [82](#)
- [101] V. Rannou, F. Brouaye, M. Hélier, and W. Tabbara. Kriging the quantile : application to a simple transmission line model. *Inverse problems*, 18 :37–48, 2002. [VIII](#), [108](#)
- [102] M. P. Robinson, T. M. Benson, C. Christopoulos, J. F. Dawson, M. D. Ganley, A. C. Marvin, S. J. Porter, and D. W. P. Thomas. Analytical formulation for the shielding effectiveness of enclosures with apertures. *Electromagnetic Compatibility*, 40(3) :240–248, 1998. [113](#), [114](#)
- [103] L. C. Thévenin. Sur un nouveau théorème d’électricité dynamique. *Compte rendu des Séances de l’Académie des Sciences*, pages 159–161, 1883. [115](#)
- [104] <http://www.hyperworks.fr/Default.aspx>. [151](#)

- [105] R Vernet. *Approche mixte théorie/expérimentation pour la modélisation numérique de chambres réverbérantes à brassage de modes*. PhD thesis, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2006. [153](#)
- [106] J-P. Bérenger. On the Huygens absorbing boundary conditions for electromagnetics. *J. Comput. Phys*, 2007. [iv](#)

Publications personnelles

Chapitre d'ouvrage

B. Jannet, P. Bonnet, S. Lalléchère and B. Pecqueux. *Quantifying uncertainties strength from electromagnetic stochastic simulations*. UWB-SP10, Springer, 2013, accepté, en cours de publication.

Articles dans des revues internationales à comité de lecture

S. Lalléchère, B. Jannet, P. Bonnet and F. Paladian. *Sensitivity analysis to compute advanced stochastic problems in uncertain and complex electromagnetic environments*. Advanced Electromagnetics, 2012.

Communications dans des conférences internationales à comité de lecture

S. Lalléchère, S. Girard, R. Slama, B. Jannet, P. Bonnet and F. Paladian. *Paradigm of sensitivity analysis in EMC stochastic enclosed environments*. URSI GASS 2014, Beijing, 2014.

B. Jannet, P. Bonnet, S. Lalléchère and B. Pecqueux. *Sensibilité du procédé de RT pour un problème de compatibilité électromagnétique (CEM)*. CEM2014, Clermont-Ferrand, 2014.

S. Lalléchère, B. Jannet, T. Dupuy, P. Bonnet and F. Paladian. *Shielding effectiveness statistics from random stochastic enclosures with apertures*. CEM'13, Izmir (Turquie), 2013.

B. Jannet, P. Bonnet, S. Lalléchère, B. Pecqueux. *Qualitative and quantitative influences of uncertainties in electromagnetism*. Euroem 2012, Toulouse, 2012.

S. Lalléchère, B. Jannet, P. Bonnet, S. Girard and F. Paladian. *Sensitivity analysis to compute advanced stochastic problems in uncertain and complex electromagnetic environments*. Advanced Electromagnetics Symposium 2012, Paris, 2012.

B. Jannet, P. Bonnet, S. Lalléchère, B. Pecqueux. *Approche stochastique pour la prise en compte des incertitudes en Retournement Temporel*. CEM 2012, Rouen, 2012.

Communications dans des conférences nationales

B. Jannet, S. Lalléchère, P. Bonnet, F. Paladian and B. Pecqueux. *Approches stochastiques et analyses de sensibilités pour l'étude statistique CEM d'un caisson présentant une ouverture*. Assemblée Générale du GDR Interférences d'Ondes 2013, Dijon, 2013.

B. Jannet, P. Bonnet, S. Lalléchère, B. Pecqueux. *Étude de la non-stationnarité dans le processus de RT pour des applications CEM en cavité réverbérante*. ARE-MIF 2013, Paris, 2013.

B. Jannet, P. Bonnet, S. Lalléchère, B. Pecqueux. *Approche stochastique pour la prise en compte des incertitudes en Retournement Temporel électromagnétique*. 16ème Journée Scientifique de l'école doctorale Sciences Pour l'Ingénieur : Les méthodes probabilistes dans les sciences pour l'ingénieur, Clermont-Ferrand, 2012.

B. Jannet, P. Bonnet, S. Lalléchère, B. Pecqueux. *Prise en compte des incertitudes en Retournement Temporel*. Assemblée Générale du GDR Interférences d'Ondes 2011, Nice, 2011.

Résumé

Cette thèse a pour objectif la quantification de l'impact d'incertitudes affectant le processus de Retournement Temporel (RT). Ces aléas, de natures diverses, peuvent avoir une forte influence s'ils se produisent entre les deux étapes du RT. Dans cette optique la méthode de Collocation Stochastique (CS) est utilisée. Les très bons résultats en termes d'efficacité et de précision observés lors de précédentes études en Compatibilité ÉlectroMagnétique (CEM) se confirment ici, pour des problématiques de RT. Cependant, lorsque la dimension du problème à traiter augmente (nombre de variables aléatoires important), la méthode de CS atteint ses limites en termes d'efficacité. Une étude a donc été menée sur les méthodes d'Analyse de Sensibilité (AS) qui permettent de déterminer les parts d'influence respectives des entrées d'un modèle. Parmi les différentes techniques quantitatives et qualitatives, la méthode de Morris et un calcul des indices de Sobol totaux ont été retenus. Ces derniers apportent des résultats qualitatifs à moindre frais, car seule une séparation des variables prépondérantes est recherchée. C'est pourquoi une méthodologie combinant des techniques d'AS avec la méthode de CS a été développée. En réduisant le modèle aux seules variables prédominantes grâce à une première étude faisant intervenir les méthodes d'AS, la CS peut ensuite retrouver toute son efficacité avec une grande précision. Ce processus global a été validé face à la méthode de Monte Carlo sur différentes problématiques mettant en jeu le RT soumis à des aléas de natures variées.

Mots clés : Analyse de Sensibilité, Collocation Stochastique, Incertitudes, Indices de Sobol, méthode de Morris, Retournement Temporel

Abstract

The aim of this thesis is to measure and quantify the impacts of uncertainties in the Time Reversal (TR) process. These random variations, coming from diverse sources, can have a huge influence if they happen between the TR steps. On this perspective, the Stochastic Collocation (SC) method is used. Very good results in terms of effectiveness and accuracy had been noticed in previous studies in ElectroMagnetic Compatibility (EMC). The conclusions are still excellent here on TR problems. Although, when the problem dimension rises (high number of Random Variables (RV)), the SC method reaches its limits and the efficiency decreases. Therefore a study on Sensitivity Analysis (SA) techniques has been carried out. Indeed, these methods emphasize the respective influences of the random variables of a model. Among the various quantitative or qualitative SA techniques the Morris method and the Sobol total sensitivity indices have been adopted. Since only a split of the inputs (point out of the predominant RV) is expected, they bring results at a lesser cost. That is why a novel method is built, combining SA techniques and the SC method. In a first step, the model is reduced with SA techniques. Then, the shortened model in which only the prevailing inputs remain, allows the SC method to show once again its efficiency with a high accuracy. This global process has been validated facing Monte Carlo results on several analytical and numerical TR cases subject to random variations.

Key words : Sensivity Analysis, Stochastic Collocation, Uncertainties, Sobol Indices, Morris method, Time Reversal